وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة :
كلية :
اللجنة الأمتحانية
قسم :

المادة :
المرحلة :
عدد الوحدات :

قائمة الدرجات الفرعية للأمتحانات النهائية للعام الدراسي ٢٠١٨ - ٢٠١٩م

ت	أسم الطالب الرباعي	درجة السعي السنوي		درجة الأمتحان النهائي		الدرجة النهائية		التقدير
		رقما	كتابة	رقما	كتابة	رقما	كتابة	
٢٧								
٢٨								
٢٩								
٣٠								
٣١								
٣٢								
٣٣								
٣٤								
٣٥								
٣٦								
٣٧								
٣٨								
٣٩								
٤٠								
٤١								
٤٢								
٤٣								
٤٤								
٤٥								
٤٦								
٤٧								
٤٨								
٤٩								
٥٠								

مدرس المادة :
التوقيع :

رئيس القسم :
التوقيع :

محاضرة تحليل دالي

Theorem 2-32

Every convergent sequence in normed space $(L, \| \|)$ is a Cauchy sequance.

Proof // Let $\langle X_n \rangle$ be a convergent sequence in L. Then $\exists x \in L$ s.t $X_n \to x$ and so $\forall \epsilon > 0$ $\exists k \in Z_+$ s.t $\|X_n - x\| < \frac{\epsilon}{2}$ $\forall n > k$ --- (I)

Now, for $n, m > k$,

$$\|X_n - X_m\| = \|(X_n - X) + (X - X_m)\| \leq \|X_n - X\| + \|X - X_m\|$$

$$< \frac{\epsilon}{2} + \frac{\epsilon}{2} = \epsilon$$

Thus $\langle X_n \rangle$ is a cauchy sequence.

Definition 2-33 //

Let $\langle X_n \rangle$ be a sequance in normed space $(L, \| \|)$. Then $\langle X_n \rangle$ is said to be bounded sequence if $\exists k \in \mathbb{R}$, $k > 0$ such that $\|X_n\| \leq k$, $\forall n \in Z_+$.

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة :
كلية :
اللجنة الأمتحانية
قسم :

المادة :
المرحلة :
عدد الوحدات :

قائمة الدرجات الفرعية للأمتحانات النهائية للعام الدراسي ٢٠١٨ - ٢٠١٩م

ت	أسم الطالب الرباعي	درجة السعي السنوي		درجة الأمتحان النهائي		الدرجة النهائية		التقدير
		رقما	كتابة	رقما	كتابة	رقما	كتابة	
٢٧								
٢٨								
٢٩								
٣٠								
٣١								
٣٢								
٣٣								
٣٤								
٣٥								
٣٦								
٣٧								
٣٨								
٣٩								
٤٠								
٤١								
٤٢								
٤٣								
٤٤								
٤٥								
٤٦								
٤٧								
٤٨								
٤٩								
٥٠								

مدرس المادة : رئيس القسم :

التوقيع : التوقيع :

محاضرة تحليل دالي

Theorem 2.34

Every Cauchy sequence $\langle x_n \rangle$ in a normed space $(L, \|\ \|)$ is bounded

Proof// Let $\epsilon = 1$. since $\langle x_n \rangle$ is a Cauchy sequence, $\exists\, k \in Z_+$ s.t $\|x_n - x_m\| < 1$, $\forall m, n > k$. Hence

$\|x_n - x_{k+1}\| < 1 \quad \forall n > k$ (by considering $m = k+1$) ... ①

By Theorem 2.3, We have $\big|\, \|x_n\| - \|x_{k+1}\| \,\big| \leq \|x_n - x_{k+1}\|$

$< 1 \quad \forall n > k$

Thus $\|x_n\| - \|x_{k+1}\| < 1 \quad \forall n > k$

Then $\|x_n\| < 1 + \|x_{k+1}\| \quad \forall n > k$

Let $M = \max \{ \|x_1\|, \|x_2\|, \dots, \|x_k\|, 1 + \|x_{k+1}\| \}$

Hence $\|x_n\| \leq M \quad \forall n \in Z_+$, So $\langle x_n \rangle$ is bounded.

Corollary 2.35 // Every convergent sequence in normed space $(L, \|\ \|)$ is bounded.

Proof// From theorem (2.32). Every convergent sequence in a normed space $(L, \|\ \|)$ is Cauchy, and from theorem 2.34, every Cauchy sequence in normed space $(L, \|\ \|)$ is bounded.

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة :
كلية :
اللجنة الأمتحانية
قسم :

المادة :
المرحلة :
عدد الوحدات :

قائمة الدرجات الفرعية للأمتحانات النهائية للعام الدراسي ٢٠١٨ - ٢٠١٩م

ت	أسم الطالب الرباعي	درجة السعي السنوي		درجة الأمتحان النهائي		الدرجة النهائية		التقدير
		رقما	كتابة	رقما	كتابة	رقما	كتابة	
٢٧								
٢٨								
٢٩								
٣٠								
٣١								
٣٢								
٣٣								
٣٤								
٣٥								
٣٦								
٣٧								
٣٨								
٣٩								
٤٠								
٤١								
٤٢								
٤٣								
٤٤								
٤٥								
٤٦								
٤٧								
٤٨								
٤٩								
٥٠								

مدرس المادة :
التوقيع :

رئيس القسم :
التوقيع :

المحاضرة الاولى

linear Space الفضاء الخطي

* $(F,+,\cdot)$ F هو حقل الاعداد (حقيقية او معقدة) معرف على عمليتي الجمع والضرب

** L is (Linear vector space) هو فضاء المتجهات الخطي

لكي نبرهن ان

*** L is vector space over field F

يجب ان تحقق الشروط الاتية

1- $(L,+)$ is commutative group (زمرة ابدالية

شروط الزمرة الابدالية هي

a. $\forall X,Y \in L \ , \ X+Y = Y+X$ عملية الجمع ابدالية

b. $\forall X,Y,Z \in L \ , \ X+(Y+Z) = (X+Y)+Z$ (تجميعية)

c- $\forall X \in L \ , \ \underline{0} \in L, \ X+\underline{0} = \underline{0}+X = X$ العنصر المحايد للجمع هو $(\underline{0})$

d- $\forall X \in L \ , -X \in L \ , \ X+(-X) = \underline{0}$ النظير الجمعي هو $(-X)$

2- Linear space يجب ان تحقق شروط

a) $\forall \alpha,\beta \in F \ , \ X \in L \ , \ X = (x_1, x_2 \cdots x_n)$

$$\alpha \cdot X = \alpha(x_1, x_2 \cdots x_n) = (\alpha x_1, \alpha x_2, \cdots, \alpha x_n)$$

b) $\alpha \cdot (X+Y) = \alpha X + \alpha Y$

d) $1 \cdot X = X$

c) $(\alpha+\beta) \cdot X = \alpha X + \beta X$

EX) 1-3 $(\mathbb{R},+,\cdot)$ Field, $\mathbb{R}^n = \{x_1, \dots x_n\}$ $\forall X \in \mathbb{R}^n$

then $\forall \alpha \in \mathbb{R}$, $\forall X, Y \in \mathbb{R}$ then

$$X+Y = \{(x_1+y_1), \dots (x_n+y_n)\}$$

$$\alpha \cdot X = \{\alpha \cdot x_1, \dots, \alpha x_n\}$$

We Show that $\mathbb{R}^n$ is linear vector space over field $\mathbb{R}$?

Sol) Now, we show that $(\mathbb{R}^n, +)$ is commutative group

a. $\forall X, Y \in \mathbb{R}^n$, $X+Y = Y+X$, $X = \{x_1, \dots, x_n\}$
$Y = \{y_1, \dots, y_n\}$

$\{x_1, \dots, x_n\} + \{y_1, \dots, y_n\} = \{x_1+y_1, \dots, x_n+y_n\}$

$= \{y_1+x_1, \dots, y_n+x_n\}$ علي الجمع ابدالي

$= Y+X$

b. $X+(Y+Z) = (X+Y)+Z$ $\forall X, Y, Z \in \mathbb{R}^n$

$X = \{x_1, \dots, x_n\}$

$Y = \{y_1, \dots y_n\}$

$Z = \{z_1, \dots, z_n\}$

$= \{x_1, x_2, \dots x_n\} + \{(y_1+z_1) + \dots + (y_n+z_n)\}$

$= \{x_1+(y_1+z_1), \dots, x_n+(y_n+z_n)\}$

$= \{(x_1+y_1)+z_1, \dots, (x_n+y_n)+z_n\}$

$= \{(x_1+y_1) \dots (x_n+y_n)\} + \{z_1, \dots, z_n\}$

$= (X+Y)+Z$ علي الجمع تجميعي

c. $\forall x \in \mathbb{R}^n$, $\underline{0} \in \mathbb{R}^n$, $X+\underline{0} = \underline{0}+X = 0$

$\{x_1, \dots x_n\} + \{0, \dots, 0\} = \{x_1+0, \dots, x_n+0\}$

$= \{x_1, \dots x_n\}$

$= X$

c) If $X = \{x_1, x_2, \ldots x_n\} \in \mathbb{R}^n$, $-X = \{-x_1, -x_2, \ldots, -x_n\}$

then $X + (-X) = \underline{0}$

$$(x_1, \ldots x_n) + (-x_1, \ldots, -x_n) = (0, \ldots, 0)$$

$\therefore$ $(\mathbb{R}^n, +)$ is commutative group.

We must to prove that $\mathbb{R}^n$ is linear vector space over field $\mathbb{R}$

1) $\forall X, Y \in \mathbb{R}^n$, $\alpha \in \mathbb{R}$, $X = \{x_1, \ldots, x_n\}$
$Y = \{y_1, \ldots y_n\}$

$$\alpha(X+Y) = \alpha X + \alpha Y$$

$$\alpha(X+Y) = \alpha((x_1+y_1), \ldots, (x_n+y_n))$$
$$\alpha(X+Y) = (\alpha(x_1+y_1), \ldots, \alpha(x_n+y_n))$$
$$\alpha(X+Y) = (\alpha x_1 + \alpha y_1, \ldots, \alpha x_n + \alpha y_n)$$
$$\alpha(X+Y) = (\alpha x_1, \ldots, \alpha x_n) + (\alpha y_1, \ldots \alpha y_n)$$
$$\alpha(X+Y) = \alpha(x_1, \ldots, x_n) + \alpha(y_1, \ldots y_n)$$
$$\alpha(X+Y) = \alpha X + \alpha Y$$

2) $(\alpha + \beta) \cdot X = \alpha \cdot X + \beta X$

$$(\alpha+\beta) \cdot X = (\alpha+\beta) \cdot (x_1, x_2, \ldots x_n)$$
$$(\alpha+\beta) \cdot X = ((\alpha+\beta) \cdot x_1, (\alpha+\beta) x_2, \ldots (\alpha+\beta) x_n)$$
$$(\alpha+\beta) \cdot X = (\alpha x_1 + \beta x_1, \alpha x_2 + \beta x_2, \ldots, \alpha x_n + \beta x_n)$$
$$(\alpha+\beta) \cdot X = (\alpha x_1, \alpha x_2, \ldots \alpha x_n) + (\beta x_1, \beta x_2, \ldots, \beta x_n)$$
$$(\alpha+\beta) \cdot X = \alpha(x_1, x_2, \ldots, x_n) + \beta(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$
$$(\alpha+\beta) \cdot X = \alpha X + \beta X$$

c. $(\alpha\cdot\beta)X = ((\alpha\cdot\beta)\cdot x_1, ---, (\alpha\cdot\beta x_n)$

$= \alpha(\beta x_1, ---, \beta x_n)$

$= \alpha(\beta(x_1, ---, x_n))$

$= \alpha\cdot(\beta\cdot X)$

d) If $X = (x_1, ---, x_n) \in \mathbb{R}^n$, $1 \in \mathbb{R}$, then

$1\cdot X = X$

$= (1\cdot x_1, ---, 1 x_n)$

$= (x_1, ---, x_n)$

EX. (1.7):

$$C^b(\mathbb{R}) = \{ f : f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \text{ , } f \text{ is bounded and continuous} \}$$

Set of all bounded continuous functions on $\mathbb{R}$

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

هو فضاء $C^b(\mathbb{R})$ كل الدوال الحقيقية المقيدة والمستمرة

$$(\alpha f)(x) = \alpha \cdot f(x)$$

Show that $C^b(\mathbb{R})$ is a linear space over $\mathbb{R}$.

Solution: Since f and g are bounded and continuous functions $\exists M_1, M_2$ such that

$$|f(x)| \leq M_1 \quad , \quad |g(x)| \leq M_2$$

$$|(f+g)(x)| = |f(x)+g(x)| \leq |f(x)| + |g(x)| \\ \leq M_1 + M_2$$

$\therefore$ $f+g$ is bounded continuous function.

$\forall f, g, h \in C^b(\mathbb{R})$, $\forall x \in \mathbb{R}$

$$\left((f + (g+h))(x) \right) = f(x) + (g+h)(x)$$

خاصية تجميع

$$= f(x) + g(x) + h(x)$$
$$= [f(x) + g(x)] + h(x)$$
$$= (f+g)(x) + h(x)$$
$$= \left(((f+g)+h)(x) \right)$$

الخاصية الأبدالية :

$(f+g)(x) \stackrel{?}{=} (g+f)(x)$

$(f+g)(x) = f(x)+g(x) = g(x)+f(x) = (g+f)(x)$

الدالة الصفرية :

$\forall f \in C^b(\mathbb{R})$, $\hat{O} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $\hat{O}(x) = 0.$

$(f+\hat{O})(x) = f(x)+\hat{O}(x) = f(x)+0 = f(x)$

$\hat{O}$ is called the additive identity

النظير :

$\forall f \in C^b(\mathbb{R})$, $-f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$(-f)(x) = -[f(x)] \quad \forall x \in \mathbb{R}$

f is continuous then $-f$ is continuous.

$\forall x \in \mathbb{R}, |-f(x)| = |f(x)| \leq M_1$

$\therefore -f(x)$ is bounded.

$(f+(-f))(x) = f(x) + (-f(x)) = f(x) - f(x) = 0$

$= \hat{O}$

$(C^b(\mathbb{R}, +))$ is a commutative group.

$|(\alpha f)(x)| = |\alpha . f(x)| \leq |\alpha| M \quad , |f(x)| \leq M$

$\therefore \alpha f \in C^{b}(\mathbb{R})$

If $f, g \in C^{b}(\mathbb{R})$, $\alpha \in \mathbb{R}$

$$\alpha \cdot (f+g)(x) = \alpha \cdot \big(f(x)+g(x)\big) = \alpha \cdot f(x) + \alpha \cdot g(x)$$
$$= (\alpha f)(x) + (\alpha g)(x)$$
$$= (\alpha f + \alpha g)(x)$$

$$\big((\alpha+\beta) f\big)(x) = (\alpha+\beta) f(x)$$
$$= \alpha \cdot f(x) + \beta \cdot f(x)$$
$$= (\alpha f)(x) + (\beta \cdot f)(x)$$
$$= (\alpha f + \beta f)(x)$$

$$\big((\alpha \cdot \beta) f\big)(x) = (\alpha \cdot \beta) f(x) = \alpha \cdot \big(\beta \cdot f(x)\big)$$
$$= \alpha \cdot (\beta \cdot f)(x)$$
$$= \big(\alpha(\beta f)\big)(x)$$

If $f \in C^{b}(\mathbb{R})$ and 1 is the identity to $\mathbb{R}$

$$(1 f)(x) = 1 \cdot f(x) = f(x)$$

ع:

المحاضرة الثانية

Theorem 1.9 properties of linear space.

Let $L(F)$ be a linear space an 0_L is a zero vector of L then

1) $\alpha \cdot 0_L = 0_L \quad \forall \alpha \in F$

proof//

نفرض ان $L = \mathbb{R}^3$, F هو حقل الاعداد

$$0_L = (0,0,0) \;,\; \forall\, 0_L \in \mathbb{R}^3 ,\; \alpha \in F$$

$$\alpha \cdot 0_L = \alpha(0,0,0) = (\alpha\cdot 0, \alpha\cdot 0, \alpha\cdot 0) = (0,0,0) = 0_L$$

2) $0 \cdot x = 0_L \quad \forall x \in \mathbb{R}^3 \;,\; 0 \in F \;,\; x = (x_1, x_2, x_3)$

$$0\cdot x = 0\cdot(x_1, x_2, x_3) = (0\cdot x_1, 0\cdot x_2, 0\cdot x_3)$$
$$= (0,0,0) = 0_L$$

3) $\alpha\cdot(-x) = -(\alpha\cdot x) \quad \forall x \in \mathbb{R}^3 ,\; x = (x_1, x_2, x_3) ,\; \forall \alpha \in F$

$$\forall x \in \mathbb{R}^3 ,\; -x \in \mathbb{R}^3 ,\; -x = (-x_1, -x_2, -x_3)$$

$$\alpha\cdot(-x) = \alpha(-x_1, -x_2, -x_3)$$
$$= (-\alpha x_1, -\alpha x_2, -\alpha x_3)$$
$$= -(\alpha x_1, \alpha x_2, \alpha x_3)$$
$$= -(\alpha x)$$

(4) $(-\alpha)\cdot x = -(\alpha\cdot x)$ $\forall x \in \mathbb{R}^3$, $\forall \alpha \in F$, $-\alpha \in F$, $X = (x_1, x_2, x_3)$

$$(-\alpha)\cdot X = (-\alpha)(x_1, x_2, x_3) = (-\alpha x_1, -\alpha x_2, -\alpha x_3)$$
$$= -(\alpha x_1, \alpha x_2, \alpha x_3)$$
$$= -(\alpha X)$$

(5) $\alpha\cdot(x-y) = \alpha\cdot x - \alpha\cdot y$ $\forall x, y \in \mathbb{R}^3$, $\alpha \in F$

$x = (x_1, x_2, x_3)$, $y = (y_1, y_2, y_3)$

$-y = (-y_1, -y_2, -y_3)$, $-y \in \mathbb{R}^3$

$$\alpha\cdot(x-y) = \alpha\,((x_1, x_2, x_3) + (-y_1, -y_2, -y_3))$$
$$= \alpha\,((x_1, x_2, x_3) - (y_1, y_2, y_3))$$
$$= (\alpha x_1, \alpha x_2, \alpha x_3) - (\alpha y_1, \alpha y_2, \alpha y_3)$$
$$\alpha(x_1, x_2, x_3) - \alpha(y_1, y_2, y_3)$$
$$= \alpha x - \alpha y$$

(6) If $\alpha\cdot x = 0$ then $\alpha = 0$ or $x = 0_L$

Let $\alpha = 0$, $x \in \mathbb{R}^3$, $x = (x_1, x_2, x_3)$, $\alpha \in F$

if $\alpha \in F$, $\alpha \neq 0$, $\alpha x = \alpha(x_1, x_2, x_3)$

$$= (\alpha x_1, \alpha x_2, \alpha x_3)$$
$$= (0\cdot x_1, 0\cdot x_2, 0\cdot x_3)$$
$$= (0, 0, 0) = 0_L$$

if $\alpha \neq 0$ then $x = 0_L$

2

$x = (0, 0, 0)$

$$\alpha X = \alpha(0, 0, 0) = (\alpha\cdot 0, \alpha\cdot 0, \alpha\cdot 0)$$
$$= (0, 0, 0) = 0_L$$

H.W // Let $L = \mathbb{R}^4$

حل واجب صفحة 1.9

Def // Let L be a linear space over field F and let H be a non empty subset of L. Then H is called a Linear subspace of L if H itself is a Linear space over F

Theorem: Let H be a non empty sub set of a Linear space L(F). H is called a subspace of L iff $\alpha x + \beta y \in H$ $\forall x, y \in H$ and $\forall \alpha, \beta \in F$

Example 1.12

(1) Which of the following subsets of $\mathbb{R}^3$ are subspaces of $\mathbb{R}^3$

(i) $H_1 = \{(0, x_2, x_3), x_2, x_3 \in \mathbb{R}\}$

Let $x \in H_1$, $x = (0, x_2, x_3)$, $y \in H_1$, $y = (0, y_2, y_3)$
$\alpha, \beta \in F$

$$\alpha x = \alpha(0, x_2, x_3) = (0, \alpha x_2, \alpha x_3)$$
$$\beta y = \beta(0, y_2, y_3) = (0, \beta y_2, \beta y_3)$$

$$\alpha x + \beta y = (0, \alpha x_2, \alpha x_3) + (0, \beta y_2, \beta y_3)$$
$$= (0, c_1, c_2) \in H_1$$

(ii) $H_2 = \{(0,0,x_3), x_3 \in \mathbb{R}\}$ H.W

(iii) $H_3 = \{(x_1,x_2,x_3) : x_1+2x_2=1\}$

let $x,y \in H_3$: $x=(x_1,x_2,x_3)$: $x_1+2x_2=1$

$y=(y_1,y_2,y_3)$: $y_1+2y_2=1$

$\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

$\alpha x = (\alpha x_1, \alpha x_2, \alpha x_3)$: $\alpha x_1 + 2\alpha x_2 = 1$

$\beta y = (\beta y_1, \beta y_2, \beta y_3)$: $\beta y_1 + 2\beta y_2 = 1$

$\alpha x + \beta y = (\alpha x_1 + \beta y_1, \alpha x_2 + \beta y_2, \alpha x_3 + \beta y_3)$

$(\alpha x_1 + \beta y_1) + 2(\alpha x_2 + \beta y_2) = 1$ ...(1)

$x_1 = y_1 = x_2 = y_2 = 0 \neq 1$

2- $H_1 = \{f : f(0) = 0\}$

let $f, g \in H_1$: $f(0)=0$, $g(0)=0$

$\alpha, \beta \in [-1,1]$

$(\alpha f + \beta g)(0) = (\alpha f)(0) + (\beta g)(0)$

$= \alpha f(0) + \beta g(0)$

$= \alpha . 0 + \beta . 0$

$= 0 + 0$

$= 0$

Y

(ii) $H_2 = \{ f : f(x) \leq 0 \ \forall \ x \in [-1, 1] \}$

Let $f, g \in H_2$, $f(x) \leq 0$, $g(x) \leq 0$, $\forall x \in [-1, 1]$

$\alpha \cdot f(x) \leq 0 \cdot \alpha$

$\alpha \cdot f(x) \leq 0$

$\beta g(x) \leq 0 \cdot \beta$

$\beta g(x) \leq 0$

$(\alpha f + \beta g)_{(x)} = (\alpha f)(x) + (\beta g)(x)$

$= \alpha \cdot f(x) + \beta \cdot g(x)$

$\leq 0 + 0$

≤ 0

(iii) $H_3 = \{ f : f(0) = 1 \}$ H.W

5

linear Transform المحاضرة ~~الثالثة~~ الرابعة

$L(F) \longrightarrow L'(F)$

F is field حقل

$F = \mathbb{R}$

$\alpha, \beta \in F$

عدد

$T(\underbrace{\alpha x + \beta y}) = \alpha T(x) + \underline{\beta T(y)}$

عدد

$x \in$ Vector

$T(x) \in F$ عدد

1.14

Ex: $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$

$$T((x_1, x_2, x_3)) = (x_1, x_2) \quad \forall x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{R}$$

T is linear transform

let $x \in \mathbb{R}^3 : X = (x_1, x_2, x_3) \Rightarrow T(X) = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}^2$

$x_1, x_2 \in \mathbb{R} = F$

$y \in \mathbb{R}^3 : y = (y_1, y_2, y_3)$

$\Rightarrow T(y) = (y_1, y_2)$

$y_1, y_2 \in \mathbb{R} = F$

$$T(\alpha x + \beta y) = T(\alpha(x_1, x_2, x_3) + \beta(y_1, y_2, y_3))$$

$$= T((\alpha x_1, \alpha x_2, \alpha x_3) + (\beta y_1, \beta y_2, \beta y_3))$$

$$= T(\underbrace{\alpha x_1 + \beta y_1, \alpha x_2 + \beta y_2, \alpha x_3 + \beta y_3}_{\in \mathbb{R}^3})$$

$$= (\alpha x_1 + \beta y_1, \alpha x_2 + \beta y_2)$$

$$= (\alpha x_1, \alpha x_2) + (\beta y_1, \beta y_2)$$

$$= \alpha(x_1, x_2) + \beta(y_1, y_2)$$

$$= \alpha T(x) + \beta T(y)$$

EX: 1.15 $T: \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, T is linear:

(1) $T_1(x_1, x_2) = (a x_1, a x_2)$

$$T(\alpha X + \beta y) \overset{?}{=} \alpha T(x) + \beta T(y)$$

let $X \in \mathbb{R}^2 : X = (x_1, x_2)$
$y \in \mathbb{R}^2 : y = (y_1, y_2)$

$$\Longrightarrow \alpha X = (\alpha x_1, \alpha x_2)$$
$$\beta y = (\beta y_1, \beta y_2)$$

$$\alpha X + \beta y = (\alpha x_1 + \beta y_1, \alpha x_2 + \beta y_2)$$

$$T(\alpha X + \beta y) = T(\alpha x_1 + \beta y_1, \alpha x_2 + \beta y_2)$$

$$T_1(\alpha X + \beta y) = (a \cdot (\alpha x_1 + \beta y_1), a \cdot (\alpha x_2 + \beta y_2))$$
$$= (a \cdot \alpha x_1 + a \cdot \beta y_1, a \alpha x_2 + a \cdot \beta y_2)$$
$$= (a \cdot \alpha x_1, a \alpha x_2) + (a \beta y_1, a \beta y_2)$$
$$= \alpha (a \cdot x_1, a x_2) + \beta (a y_1, a y_2)$$
$$= \alpha T_1(X) + \beta T_1(y)$$

(ii) $T_2(x_1, x_2) = (x_2, x_1)$

Let $X \in \mathbb{R}^2$: $X = (x_1, x_2)$

$y \in \mathbb{R}^2$: $y = (y_1, y_2)$

$$\alpha X = \alpha(x_1, x_2)$$
$$= (\alpha x_1, \alpha x_2)$$

$$\beta y = \beta(y_1, y_2)$$
$$= (\beta y_1, \beta y_2)$$

$$\alpha X + \beta y = (\alpha x_1, \alpha x_2) + (\beta y_1, \beta y_2)$$
$$= (\alpha x_1 + \beta y_1, \alpha x_2 + \beta y_2)$$

$$T_2(\alpha X + \beta y) = T_2(\alpha x_1 + \beta y_1, \alpha x_2 + \beta y_2)$$
$$= (\alpha x_2 + \beta y_2, \alpha x_1 + \beta y_1)$$
$$= (\alpha x_2, \alpha x_1) + (\beta y_2, \beta y_1)$$
$$= \alpha(x_2, x_1) + \beta(y_2, y_1)$$
$$= \alpha T(x_1, x_2) + \beta T(y_1, y_2)$$

(iii) $T_3(x_1, x_2) = (0, x_2)$ H.W

$L = R$, or R^n

$$T : \underset{\text{Linear space}}{L} \longrightarrow \underset{\substack{\text{حقل} \\ R, \mathbb{C}}}{F} \quad \text{linear functional}$$

تعريف $L : F^n = \{ (x_1, \dots, x_n) : x_1, x_2, \dots, x_n \in F \}$

$$T : F^n \longrightarrow F \qquad L = F^n$$

$$T(x) = T((x_1, x_2, \dots, x_n)) = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_n x_n$$
$$= \sum_{i=1}^{n} \alpha_i x_i \quad \forall x = (x_1, \dots, x_n) \in F^n$$
$$x_1, \dots, x_n \in F$$

T is linear transform ?

$$T(\alpha x + \beta y) = T[\cancel{\alpha(x)} + \cancel{\beta(y)}] = \alpha T(x) + \beta T(y)$$

$x \in F^n : \; x = (x_1, x_2, \dots, x_n) : \alpha x = (\alpha x_1, \alpha x_2, \dots, \alpha x_n)$

$y \in F^n : \; y = (y_1, y_2, \dots, y_n) : \beta y = (\beta y_1, \beta y_2, \dots, \beta y_n)$

$$\alpha x + \beta y = (\alpha x_1, \alpha x_2, \dots \alpha x_n) + (\beta y_1, \beta y_2, \dots, \beta y_n)$$
$$\alpha x + \beta y = (\alpha x_1 + \beta y_1, \alpha x_2 + \beta y_2, \dots, \alpha x_n + \beta y_n)$$

نطبق T للطرفين

$$T(\alpha x + \beta y) = T\left((\underbrace{\alpha x_1 + \beta y_1}_{x_1}, \underbrace{\alpha x_2 + \beta y_2}_{x_2}, \dots, \underbrace{\alpha x_n + \beta y_n}_{x_n}) \right)$$
$$= \sum_{i=1}^{n} \alpha_i (\alpha x_i + \beta y_i)$$
$$= \alpha_1 (\alpha x_1 + \beta y_1) + \alpha_2 (\alpha x_2 + \beta y_2) + \dots + \alpha_n (\alpha x_n + \beta y_n)$$
$$= \alpha_1 \alpha x_1 + \alpha_1 \beta y_1 + \alpha_2 \alpha x_2 + \alpha_2 \beta y_2 + \dots + \alpha_n \alpha x_n + \alpha_n \beta y_n$$
$$= \alpha_1 \alpha x_1 + \alpha_2 \alpha x_2 + \dots + \alpha_n \alpha x_n + \alpha_1 \beta y_1 + \alpha_2 \beta y_2 + \dots + \alpha_n \beta y_n$$
$$= \alpha (\alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_n x_n) + \beta (\alpha_1 y_1 + \alpha_2 y_2 + \dots + \alpha_n y_n)$$
$$= \alpha \sum \alpha_i x_i + \beta \sum \alpha_i y_i$$
$$= \alpha T(x) + \beta T(y)$$

Theorem 2.3 $L : \| \ \| ; L \to \mathbb{R}$ المحاضرة ~~الرابعة~~ الخامسة (1)

٤٢

(1) $\|0_L\| = 0 \quad \forall x \in L$

let $x = 0_L = (0, 0, 0, \dots, 0) \in L \quad , \alpha = 0 \in R$

(1) $\|x\| = \|\alpha x\| = \|0 \cdot x\| = |0| \, \|x\|$
$= 0$

(2) $\|x\| = \|-x\| \quad \forall x \in L$

$\|-x\| = |-1| \, \|x\| = 1 \cdot \|x\| = \|x\|$

(3) $\|x - y\| = \|y - x\|$

$\|y - x\| = \|-1(-y + x)\|$
$= \|-1(x - y)\|$
$= |-1| \, \|x - y\|$
$= 1 \cdot \|x - y\|$
$= \|x - y\|$

توضيح
$|x| < 1$
$-1 < x < 1$

$\|x - y\| = \|-1(-x + y)\|$
$= \|-1(y - x)\|$
$= |-1| \, \|y - x\|$
$= 1 \cdot \|y - x\|$
$= \|y - x\|$

$\big| \|x\| - \|y\| \big| \leq \|x - y\|$

$-(\|x - y\|) \leq \|x\| - \|y\| \leq \|x - y\|$.

$\|x\| = \|x + y - y\| \leq \|x - y\| + \|y\|$

$\boxed{\|x\| - \|y\| \leq \|x - y\|}$

$\|y\| = \|y + x - x\| \cancel{\leq \|y - x\|}$

$\|y\| = \|y - x + x\| \leq \|y - x\| + \|x\|$

$\|y\| \leq \|x - y\| + \|x\|$

$\|y\| - \|x\| \leq \|x - y\| \implies \|x\| - \|y\| \geq -\|x - y\|$

$-(\|x\| - \|y\|) \leq \|x - y\| \quad * -1$

5 $\left| \|x\|-\|y\| \right| \leq \|x+y\|$ $\|-y\| = |-1|\,\|y\| = \|y\|$

$$-\|x+y\| \leq \|x\|-\|y\| \leq \|x+y\|$$

$$\|x\| = \|x+y-y\| = \|x+y-y\| \leq \|x+y\| + \|y\|$$

$$\|x\| - \|y\| \leq \|x+y\|$$

$$\|y\| = \|y+x-x\| = \|x+y-x\| \leq \|x+y\| + \|x\|$$

$$\|y\| - \|x\| \leq \|x+y\|$$

$$-1\left(\|x\|-\|y\|\right) \leq \|x+y\| \quad * -1$$

$$\|x\|-\|y\| \geq -\|x+y\|$$

$L : \|\ \| \longrightarrow \mathbb{R}$

$E : \|\ \| \longrightarrow \mathbb{R}$

$E \subseteq L$, E normed space

E

2-5: $Z = 2+3i$
$W = 1-i$

$\|Z+W\| : ?$

$Z+W = 2+3i+1-i$
$= 3+2i = a+ib$

$\|3+2i\| = \sqrt{a^2+b^2}$
$= \sqrt{(3)^2+(2)^2}$
$= \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

$\|5Z\| = 5 \cdot \|Z\| = 5 \cdot \sqrt{13}$

Example 2.6:
$\|f\| = \sup\{|f(x)| : x \in \mathbb{R}\} \quad \forall f\, C^b(\mathbb{R})$

$C^b(\mathbb{R}) = L : \|f\| \longrightarrow \mathbb{R}$

$\|f\| \geq 0 ?$
$\|f\| = \sup\{|f(x)| : x \in \mathbb{R}\}$

$|f(x)| \geq 0 \Rightarrow \|f\| \geq 0$

$\|f\| = 0 \Rightarrow f = \underline{0}$
$\|f\| = \sup\{|f(x)| : x \in \mathbb{R}\}$
$|f(x)| = 0 \Longleftrightarrow f(x) = 0$
$f = \underline{0}$

$\|f+g\| \leq \|f\| + \|g\|$

$\|f+g\| = \sup\{|f(x)+g(x)| : x \in R\}$

$\leq \sup\{|f(x)|\} + \sup\{g(x) : x \in R\}$

$= \|f\| + \|g\|$

$\|\alpha f\| = |\alpha| \|f\|$?

$\|\alpha f\| = \sup\{|\alpha f(x)| : x \in \mathbb{R}\}$

$= \sup\{|\alpha||f(x)| : x \in R$

$= |\alpha| \sup\{|f(x)| : x \in R\}$

$= |\alpha| \|f\|$

EX: 2.7 : $\left.\begin{aligned} f(x) &= \sin(x) \\ g(x) &= 2\cos x + 1 \end{aligned}\right\}$ $f, g : \| \ \| \to \mathbb{R}$

$\|f(x)\| = \sup\{|f(x)| : x \in R\} = 1$

$= \sup\{|\sin x| : x \in R$

$\boxed{|\sin x| \leq 1}$

$\|g(x)\| = \sup\{|g(x)| : x \in R\}$

$= \sup\{|2\cos x + 1| : x \in R = 3$

$|2\cos x + 1| \leq |2\cos x| + |1|$

$\leq 2|\cos x| + 1$

$\leq 2 \cdot 1 + 1$

≤ 3

$\|f+g\| \leq \|f\| + \|g\|$

$= 1 + 3$

$= 4$

$C^b(\mathbb{R}) = \|f\| \longrightarrow \mathbb{R}$

$\|f\| = \sup\{|f(x)| : x \in \mathbb{R}\}$

$f(x) = \sin(x)$

هل تحقق شروط normed sp.

(1) $\|f\| \geq 0$?

$\|f\| = \sup\{|\sin(x)| : x \in \mathbb{R}\} = 1 \geq 0$

$|\sin(x)| \leq \boxed{1}$

$\|f\| = 0$?

$\|f\| = \sup\{|\sin(x)| : x \in \mathbb{R}\}$

$|\sin(x)| = 0$

$\sin(x) = 0 \quad , x = 0$

$\|f\| = 0$

$\|\alpha f\| = |\alpha| \|f\|$?

$\|\alpha f\| = \sup\{|\alpha \sin x| : x \in \mathbb{R}\}$

$|\alpha \sin x| = |\alpha| |\sin x|$

$\leq |\alpha| . 1$

$= |\alpha| . 1$

$g(x) = 2\cos(x) + 1$ H.w:

Ex: 2.8 H.w

EX. 2.9:

$\|f\| = \int_0^1 |f(x)|\,dx$

$\|f\| \geq 0$?

$\|f\| = \int_0^1 |f(x)|\,dx$

نأخذ التكامل للطرفين $|f(x)| \geq 0$

$\int_0^1 |f(x)|\,dx \geq \int 0\,dx$

$\|f\| \geq 0$

$\|f\| = 0$

$\|f\| = \int_0^1 |f(x)|\,dx$

$|f(x)| = 0 \Longleftrightarrow f(x) = 0$

$f = \underline{0}$

$\|f+g\| \leq \|f\| + \|g\|$

$\|f+g\| = \int_0^1 |f(x)+g(x)|\,dx$

نأخذ التكامل للطرفين: $|f(x)+g(x)| \leq |f(x)| + |g(x)|$

$\int_0^1 |f(x)+g(x)|\,dx \leq \int_0^1 (|f(x)| + |g(x)|)\,dx$

$= \int_0^1 |f(x)|\,dx + \int_0^1 |g(x)|\,dx$

$\leq \|f\| + \|g\|$

$$\|\alpha f\| = |\alpha|\,\|f\|$$

$$\|\alpha f\| = \int_0^1 |\alpha f(x)|\,dx$$

$$|\alpha f(x)| = |\alpha|\,|f(x)|$$

$$\int_0^1 |\alpha f(x)|\,dx = \int_0^1 |\alpha|\,|f(x)|\,dx$$

$$= |\alpha| \int_0^1 |f(x)|\,dx$$

$$= |\alpha|\,\|f\|$$

محاضرة تحليل دالي رقم 0

Normed space and Metric space :-

Def // Let X be a non empty set and

$X \times X \longrightarrow \mathbb{R}$ be a mapping then is called metric if

1) $d(x,y) \geq 0 \quad \forall\, x,y \in X$

2) $d(x,y) = 0 \iff x = y \quad \forall\, x,y \in X$

3) $d(x,y) = d(y,x) \quad \forall\, x,y \in X$

4) $d(x,y) \leq d(x,z) + d(z,y)$,

$\forall\, x,y,z \in X$

then (X,d) is called metric space.

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة :
كلية :
اللجنة الأمتحانية
قسم :

المادة :
المرحلة :
عدد الوحدات :

قائمة الدرجات الفرعية للأمتحانات النهائية للعام الدراسي ٢٠١٨ - ٢٠١٩م

ت	أسم الطالب الرباعي	درجة السعي السنوي		درجة الأمتحان النهائي		الدرجة النهائية		التقدير
		رقما	كتابة	رقما	كتابة	رقما	كتابة	
٥١								
٥٢								
٥٣								
٥٤								
٥٥								
٥٦								
٥٧								
٥٨								
٥٩								
٦٠								
٦١								
٦٢								
٦٣								
٦٤								
٦٥								
٦٦								
٦٧								
٦٨								
٦٩								
٧٠								
٧١								
٧٢								
٧٣								
٧٤								

مدرس المادة :

التوقيع :

رئيس القسم :

التوقيع :

محاضرة تحليل دالي

Theorem: 2.20 // Let $(L, \| \|)$ be a normed space. Let $d : L \times L \longrightarrow \mathbb{R}$ define by

$$d(x,y) = \|x-y\| \quad \forall x, y \in X$$

Prove that (L, d) is a metric space (i-e every normed space is metric space).

Then metric d is called metric induced by نتج the norm.

~~solution~~ Proof // By using the definition of norm we get.

1) $\|x-y\| \geq 0 \quad \forall x, y \in L$, then $d(x,y) = \|x-y\| \geq 0$

2) $d(x,y) = 0 \iff \|x-y\| = 0 \iff x-y = 0 \iff x = y$
$\forall x, y \in L$

3) $d(x,y) = \|x-y\| = \|y-x\| = d(y,x)$

نطرح z
ونجمع z

4) $d(x,y) = \|x-y\| = \|x - z + z - y\|$

$$\leq \|x-z\| + \|z-y\|$$

$$= d(x,z) + d(z,y)$$

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة :
كلية :
اللجنة الأمتحانية
قسم :

المادة :
المرحلة :
عدد الوحدات :

قائمة الدرجات الفرعية للأمتحانات النهائية للعام الدراسي ٢٠١٨ - ٢٠١٩م

ت	أسم الطالب الرباعي	درجة السعي السنوي		درجة الأمتحان النهائي		الدرجة النهائية		التقدير
		رقما	كتابة	رقما	كتابة	رقما	كتابة	
٥١								
٥٢								
٥٣								
٥٤								
٥٥								
٥٦								
٥٧								
٥٨								
٥٩								
٦٠								
٦١								
٦٢								
٦٣								
٦٤								
٦٥								
٦٦								
٦٧								
٦٨								
٦٩								
٧٠								
٧١								
٧٢								
٧٣								
٧٤								

مدرس المادة :

التوقيع :

رئيس القسم :

التوقيع :

محاضرة تحليل دالي

Lemma 2-21

Let d b a metric induced by a normd space $(L, \| \|)$ (i.e $d(x,y) = \|x-y\|$). Then satisfies the following

1) $d(x+a, y+a) = d(x,y) \quad \forall x,y,a \in L$

2) $d(\alpha x, \alpha y) = |\alpha| \, d(x,y) \quad \forall x,y \in L, \forall \alpha \in F$

Solution //

1) $d(x+a, y+a) = \|(x+a) - (y+a)\|$

$$= \|x + \cancel{a} - y - \cancel{a}\| = \|x-y\| = d(x,y)$$

2) $d(\alpha x, \alpha y) = \|\alpha x - \alpha y\| = \|\alpha(x-y)\|$

$$= |\alpha| \|x-y\| = |\alpha| \, d(x,y)$$

Remark :- Not every metric space is normd space

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة :
كلية :
اللجنة الأمتحانية
قسم :

المادة :
المرحلة :
عدد الوحدات :

قائمة الدرجات الفرعية للأمتحانات النهائية للعام الدراسي ٢٠١٨ - ٢٠١٩م

ت	أسم الطالب الرباعي	درجة السعي السنوي		درجة الأمتحان النهائي		الدرجة النهائية		التقدير
		رقما	كتابة	رقما	كتابة	رقما	كتابة	
٥١								
٥٢								
٥٣								
٥٤								
٥٥								
٥٦								
٥٧								
٥٨								
٥٩								
٦٠								
٦١								
٦٢								
٦٣								
٦٤								
٦٥								
٦٦								
٦٧								
٦٨								
٦٩								
٧٠								
٧١								
٧٢								
٧٣								
٧٤								

مدرس المادة :
التوقيع :

رئيس القسم :
التوقيع :

Example // 2.23

Let d be a discrete metric space X. Then

Then d can't be obtained from on X

(i.e $(X, \|\|)$) where

$$d(x,y) = \begin{cases} 0 & \text{if } x = y \\ 1 & \text{if } x \neq y \end{cases}$$

lemma 2.21 باستخدام الخاصية الثانية من

$$d(\alpha x, \alpha y) = |\alpha| \, d(x,y)$$

$$x \neq y \Rightarrow \alpha x \neq \alpha y$$

$$d(\alpha x, \alpha y) = 1$$

$$d(x,y) = 1$$

$$d(\alpha x, \alpha y) = |\alpha| \, d(x,y)$$

$$1 = |\alpha| \cdot 1$$

$$|\alpha| \neq 1 \qquad \alpha \neq \pm 1$$

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة :
كلية :
اللجنة الأمتحانية
قسم :

المادة :
المرحلة :
عدد الوحدات :

قائمة الدرجات الفرعية للأمتحانات النهائية للعام الدراسي ٢٠١٨ - ٢٠١٩م

ت	أسم الطالب الرباعي	درجة السعي السنوي		درجة الأمتحان النهائي		الدرجة النهائية		التقدير
		رقما	كتابة	رقما	كتابة	رقما	كتابة	
٥١								
٥٢								
٥٣								
٥٤								
٥٥								
٥٦								
٥٧								
٥٨								
٥٩								
٦٠								
٦١								
٦٢								
٦٣								
٦٤								
٦٥								
٦٦								
٦٧								
٦٨								
٦٩								
٧٠								
٧١								
٧٢								
٧٣								
٧٤								

مدرس المادة :

التوقيع :

رئيس القسم :

التوقيع :

4

$x \neq y$

$2 \neq 3$

$2 \cdot 4 \neq 3 \cdot 4$

$8 \neq 12$

$\alpha = 4$

$|4| = 4$

$\boxed{\alpha = 5}$

$2 \neq 3$

$2 \cdot 5 \neq 3 \cdot 5$

$10 \quad 15$

$|5| = 1$

مثال تطبيقي عن مجاميع الجداء الديكارتي

Example 2.18 // Let $L = (\mathbb{R}, \| \|_{\mathbb{R}})$ and $L' = (\mathbb{R}^2, \| \|_{\mathbb{R}^2})$

where $\| \|_{\mathbb{R}^2}$ is the Enclaidian norm.

If $x = 3 \in L = \mathbb{R}$ and $Y = (1, -2) \in L' = \mathbb{R}^2$.

Find $\|(X, Y)\|_1$ and $\|(x, Y)\|_2$

Ex 2.18 ملاحظ // حسب المثال السابقة
تعريف $\|(X,Y)\|_1$ و $\|(X,Y)\|_2$ هو كالاتي

1) $\|(X, Y)\|_1 = \|X\|_1 + \|Y\|_{1'}$

2) $\|(X, Y)\|_2 = \max\{\|X\|_L , \|Y\|_{L'}\}$

solution //

① $\|(X, Y)\|_1 = \|3\| + \|(1, -2)\|$

$\|X\|_1 = \sqrt{3^2} = 3$ تعريف Norm هو

$\|(1, -2)\|_{L'} = \sqrt{1^2 + (-2)^2} = \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$

$\therefore \|(X, Y)\|_1 = \|3\| + \|(1, -2)\| = \boxed{3 + \sqrt{5}}$

② $\|(X, Y)\|_2 = \max\{\|3\|, \|(1, -2)\|\}$

$= \max\{3, \sqrt{5}\} = \boxed{3}$

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة :
كلية :
اللجنة الأمتحانية
قسم :

المادة :
المرحلة :
عدد الوحدات :

قائمة الدرجات الفرعية للأمتحانات النهائية للعام الدراسي ٢٠١٨ ـ ٢٠١٩م

ت	أسم الطالب الرباعي	درجة السعي السنوي		درجة الأمتحان النهائي		الدرجة النهائية		التقدير
		رقما	كتابة	رقما	كتابة	رقما	كتابة	
٥١								
٥٢								
٥٣								
٥٤								
٥٥								
٥٦								
٥٧								
٥٨								
٥٩								
٦٠								
٦١								
٦٢								
٦٣								
٦٤								
٦٥								
٦٦								
٦٧								
٦٨								
٦٩								
٧٠								
٧١								
٧٢								
٧٣								
٧٤								

مدرس المادة :

التوقيع :

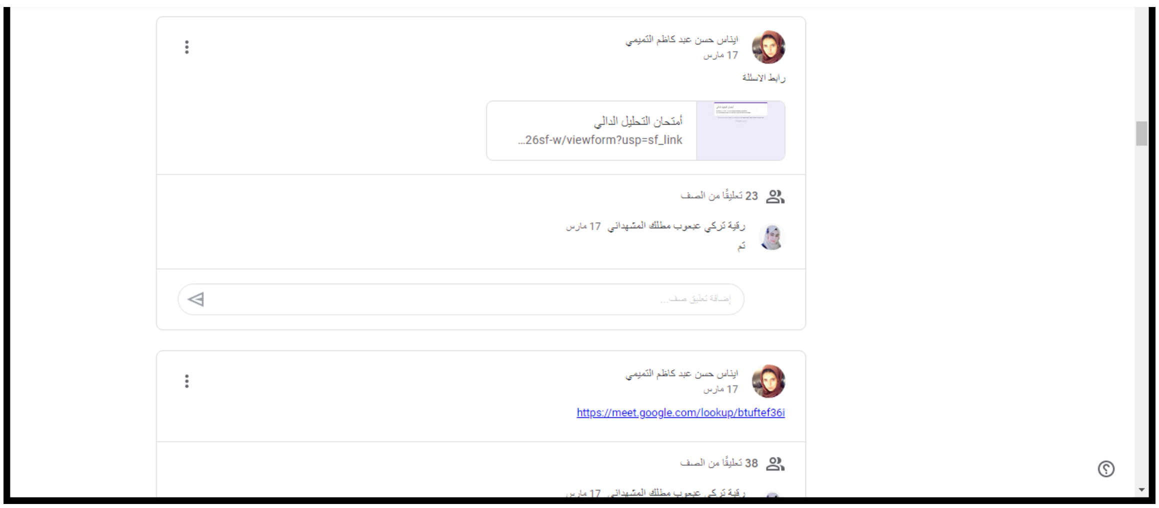
رئيس القسم :

التوقيع :

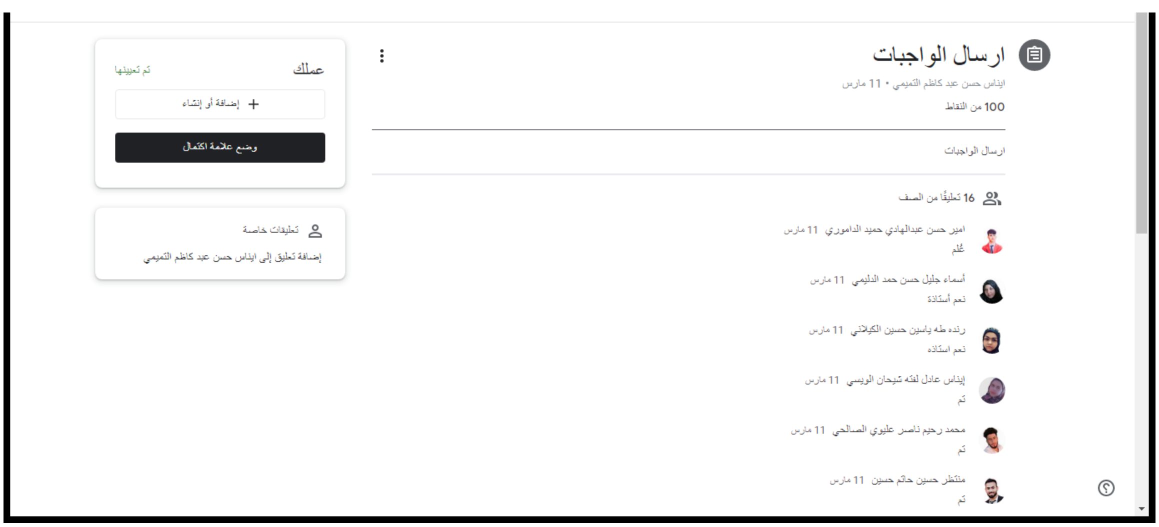
روابط المحاضرات الفيديوية :

- https://youtu.be/k7zr7ewAbu0
- https://youtu.be/VMHhQafFG_Q
- https://youtu.be/pUBwbylyMm0
- https://youtu.be/jA_3aA79vEl
- https://youtu.be/wDMq7VoQJK4
- https://youtu.be/JMnQAJnUXUA
- https://youtu.be/vMCr62BfhXE
- https://youtu.be/cJoHPcrm1E
- https://youtu.be/756Ef_4r7gc
- https://youtu.be/JVFtfgBBxN4
- https://youtu.be/OU7miEE-9QQ

امتحان شفوي تحليل دالي
ايناس حسن عبد كاظم التميمي • 18 مارس
100 من النقاط
امتحان شفوي تحليلدالي
١٨/٠٣/٢٠٢١، ١٠:٣٣ ص.png
صورة
36 تعليقًا من الصف
رنده طه ياسين حسين الكيلاني 18 مارس
نعم
حسن عبدالساده فزيع جابر / الصالحي 18 مارس
Tm
امير حسن عبدالهادي حميد الداموري 18 مارس
نعم
دعاء مكي جاسم محمد الزهيري 18 مارس
تم
ريسان علي رشيد كصير 18 مارس
عملك
تم تعيينها
إضافة أو إنشاء
وضع علامة اكتمال
تعليقات خاصة
إضافة تعليق إلى ايناس حسن عبد كاظم التميمي



ايناس حسن عبد كاظم التميمي
17 مارس
رابط الاسئلة
أمتحان التحليل الدالي
...26sf-w/viewform?usp=sf_link
23 تعليقًا من الصف
رقية تركي عبوب مطلك المشهداني 17 مارس
تم
إضافة تعليق صف...
ايناس حسن عبد كاظم التميمي
17 مارس
https://meet.google.com/lookup/btuftef36i
38 تعليقًا من الصف



ارسال الواجبات
ايناس حسن عبد كاظم التميمي • 11 مارس
100 من النقاط
ارسال الواجبات
16 تعليقًا من الصف
امير حسن عبدالهادي حميد الداموري 11 مارس
عُلم
أسماء جليل حسن حمد الدليمي 11 مارس
نعم أستاذة
رنده طه ياسين حسين الكيلاني 11 مارس
نعم استاذه
إيناس عادل لفته شيحان الويسي 11 مارس
تم
محمد رحيم ناصر عليوي الصالحي 11 مارس
تم
منتظر حسين حاتم حسين 11 مارس
تم
عملك
تم تعيينها
إضافة أو إنشاء
وضع علامة اكتمال
تعليقات خاصة
إضافة تعليق إلى ايناس حسن عبد كاظم التميمي

ايناس حسن عبد كاظم التميمي
12 فبراير

ملخص محاضرات تحليل دالي

...-L01-55 20062423590.pdf
PDF

49 تعليقًا من الصف

كاظم حسين علي كاظم التميمي 15 فبراير
تم

إضافة تعليق صف...

ايناس حسن عبد كاظم التميمي
10 فبراير

محاضرة تحليل دالي على رابط https://meet.google.com/lookup/btuftef36i?hs=179 google meet

53 تعليقًا من الصف

مصطفى رياض حسن شناوه الحسيني 22 فبراير

ايناس حسن عبد كاظم التميمي
10 فبراير

السلام عليكم طلاب المرحلة الرابعة ارجوا تسجيل الحضور على الاستمارة التالية مع الشكر والتقدير

محاضرة اليوم ١٠/٢
...3O3OoCS9-2T0HDQ/viewform

39 تعليقًا من الصف

كاظم حسين علي كاظم التميمي 15 فبراير
تم

إضافة تعليق صف...

ايناس حسن عبد كاظم التميمي
3 فبراير

محاضرة على رابط google meet ساعة ٩ صباحا https://meet.google.com/lookup/btuftef36i?hs=179

63 تعليقًا من الصف