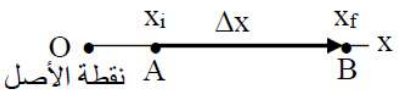
الفصل الثاني

الحركة Motion

2-1 الازاحة Displacement

نعرف إزاحة الجسم بأنها التغير في موضعه بالنسبة إلى نقطة إسناد (مرجع) معينة وهي كمية متجهة تعتمد على نقطة البداية ونقطة النهاية بغض النظر عن المسار الذي يتبعه الجسم في تحركه. ويرمز للازاحة displacement بـ(X). يمكن أيجاد ازاحة الجسم الموضح بالشكل (٢-١) بحسب العلاقة الاتية:

$$\Delta X = X_f - X_i \qquad (2\text{-}1)$$



شكل (٢-١):أزاحة جسم على خط مستقيم

هناك فرق بين المسافة distance والازاحة displacement التي يقطعها جسم ما ، حيث ان المسافة هي كمية قياسية أما الازاحة فهي كمية متجهة.

2-2 السرعة

- **الانطلاق speed** هي كمية قياسية scalar،و تمثل المسافة المقطوعة خلال وحدة الزمن وتكون موجبة دائما. يستغرق جسم ما وقت t ليتحرك مسافة l ، لذا فمتوسط سرعة (average speed) هذا الجسم يعطى بالعلاقة :

$$Average\ speed = \frac{total\ distance\ traveled}{time\ taken}$$

$$v_{av} = \frac{l}{t} \qquad (2\text{-}2)$$

- **السرعة velocity** هي كمية متجهة vector ، فاذا خضع الجسم لازاحة متجهة $\vec{x}$ في زمن مقداره t، وتعطى بالعلاقة:

$$Average\ velocity = \frac{vectoer\ displacement}{time\ taken}$$

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{x}}{t} \tag{2-3}$$

$$\vec{v}_{av} = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

وأن أتجاه السرعة هو نفس أتجاه الازاحة، أما وحدة قياس السرعة فهي m/s أو km/h.

- **السرعة اللحظية Instantaneous velocity** وهي معدل السرعة مقدر الى زمن الانتقال يقترب من الصفر (أي ان التغير بالزمن يساوي صفر). فتعطى السرعة اللحظية بالعلاقة الاتية:

$$\boldsymbol{\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}} \tag{2-4}$$

مثال 2-1

حول السرعة 0.200 cm/s من وحدات السنتميتر في الثانية الى وحدات الكيلومتر في السنة (kilometers per year).

الحل:

$$0.200\ \frac{cm}{s} = \left(0.200\ \frac{cm}{s}\right)\left(10^{-5}\frac{km}{cm}\right)\left(3600\frac{s}{h}\right)\left(24\frac{h}{d}\right)\left(365\frac{d}{y}\right) = 63.1\frac{km}{y}$$

مثال 2-2

يقطع عداء مسافة لفة واحدة 200 m حول مسار معين في زمن مقداره 25 s، (a) ماهي متوسط أنطلاق speed العداء. (b) ماهي متوسط سرعة velocity العداء.

الحل:

(a) $$Average\ speed = \frac{total\ distance\ traveled}{time\ taken} = \frac{200\ m}{25\ s} = 8\ m/s$$

(b) لان الحركة انتهت بنقط البداية، فان متجه الازاحة من نقطة البداية الى النهاية تكون طولها صفر. لذا فأن

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{x}}{t} = \frac{0\ m}{25\ s} = 0\ m/s$$

مثال 2-3

يتحرك جسم من نقطة الاصل شرقا مسافة 40 m في ست ثواني، ثم غربا مسافة 20 m في أربع ثواني، وأخيرا شرقا مسافة 60 m في عشر ثواني. أوجد

(a) إزاحة الجسم. (b) متوسط سرعة المتجهة. (c) متوسط سرعته المتجهة خلال الفترة الزمنية الثانية. (d) المسافة الكلية التي يقطعها. (e) متوسط سرعته القياسية.

الحل:

a):

$$\Delta x = x_1 + x_2 + x_3$$

$$\Delta x = 40 - 20 + 60 = 80\ m$$

بأتجاه الشرق (لانه موجب).

b)

$$\bar{v} = \frac{d\bar{x}}{dt} = \frac{80}{6+4+10} = 4\ m/s$$

ولانها موجبة فهي بأتجاه الشرق.

c)

$$\Delta x = 20 - 40 = -20m$$

$$\Delta t = 4s$$

$$\bar{v} = \frac{-20}{4} = -\frac{5m}{s}$$

وتكون باتجاه الغرب لانها كمية سالبة.

d)

$$l = 40+20+60 = 120m$$

e)

$$x = \frac{l}{t} = \frac{120}{6+4+10} = 6\ m/s$$

Acceleration التعجيل 2-3

التعجيل هو كمية متجهة، له اتجاه التغير بالسرعة $(\vec{v}_f - \vec{v}_i)$، عندما يتحرك جسم ما بسرعة معينة على خط مستقيم وتزداد سرعته نقول بأنه يتسارع إذا تناقصت سرعته فنقول أن تسارعه سالب أي أنه يتباطأ وبشكل عام نعرف متوسط التعجيل a بأنه نسبة تغير السرعة بالنسبة للزمن.

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} = \frac{\vec{v}_f - \vec{v}_i}{t_f - t_i} \qquad (2\text{-}5)$$

حيث أن $\vec{v}_i$ هي السرعة الابتدائية، و$\vec{v}_f$ السرعة النهائية ، أما t فهو مدى الزمن الذي تم فيه التغير بالسرعة. ان وحدة قياس التعجيل هي وحدات السرعة مقسومة على وحدات الزمن (m/s^2 أو km/h^2).

The motion along straight line الحركة على خط مستقيم 2-4

إذا تحرك الجسم على خط مستقيم فإن معادلات الحركة تصبح غاية في السهولة إذ لا يبقى هناك حاجة لاستعمال المتجهات، وتكون هناك مركبة واحدة على خط الحركة لكل من الازاحة والسرعة والتعجيل.

مثال 2-4

تتحرك سيارة على خط مستقيم بحيث يتغير موضعها في كل لحظة وفق العلاقة : $x(t) = 3t - 4t^2 + t^3$ ، حيث تقدر x بالمتر وt بالثانية. a) ماموضع السيارة في اللحظات t=1,2,3,4 s؟ b) ما إزاحة السيارة بين اللحظتين t=0s وt=4s؟ c) ما السرعة المتوسطة بين اللحظتين t=2s وt=4s؟ d) أحسب السرعة اللحظية للجسم عندما t=3s؟

الحل:

Uniformly accelerated motion along a straight line الحركة الخطية بتعجيل منتظم على خط مستقيم 2-5

في هذه الحالة متجه التعجيل acceleration vector ثابت على طول خط الازاحة. ويكون التعجيل منتظم في حالة حركة جسم ما بسرعة متزايدة أو متناقصة وبمعدل ثابت. يمكن للحركة أن توصف بعدة معادلات لحركة التعجيل المنتظم:

$$x = v_{av} t \qquad (2\text{-}6)$$

$$v_{av} = \frac{v_f + v_i}{2} \qquad (2\text{-}7)$$

$$a = \frac{v_f + v_i}{t} \qquad (2\text{-}8)$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ax \qquad (2\text{-}9)$$

$$v_f = v_i + at \qquad (2\text{-}10)$$

$$x = v_i t + \frac{1}{2} a t^2 \qquad (2\text{-}11)$$

أختيار الاتجاه يعتمد على أتجاه الحركة ، فعندما تكون الحركة على طول خط فيكون الاتجاه موجبا أما عندما تكون السرعة او الازاحة أو التعجيل بالاتجاه المعاكس فنختار الاتجاه السالب.

مثال 2-5

يتحرك جسم من السكون على خط مستقيم و بتعجيل ثابت مقداره $8\ m/sec^2$. جد a) السرعة عند نهاية 5sec . b) معدل السرعة لزمن الانتقال 5sec؟ c) مسافة الانتقال ل 5 sec؟

الحل : a)

$$v_f = v_i + at$$

$$v_f = 0 + (8)(5) = 40\ m/sec^2$$

b)

$$v_{av} = \frac{v_f + v_i}{2} = \frac{0+40}{2} = 20\ m/sec$$

c)

$$x = v_i t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$x = 0 + \frac{1}{2}(8)(5)^2 = 100\ m$$

مثال 2-6

تحتاج طائرة صغيرة لتقلع سرعة مقدارها 27.8 m/sec فاذا كان اعلى تعجيل تصله يساوي $2\ m/sec^2$ ويبلغ طول المدرج للمطار 150 m فهل في امكان هذه الطائرة الاقلاع من هذا المدرج؟

الحل:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2ax$$

$$v_f^2 = 0 + 2(2)(150) = 600$$

$$v = 24.5\ m/sec$$

ولما كانت هذه السرعة اقل من 27.8 m/sec فذلك يعني ان ليس بمقدور الطائرة الاقلاع.

مثال 2-7

تزداد سرعة شاحنة بصورة منتظمة من 15 km/hالى 60 km/h في 20 sec. جد a) معدل السرعة ؟ b) التعجيل؟ c) مسافة الانتقال؟

الحل:

2-6 السقوط الحر Free full

يطلق على حركة كل جسم يتحرك شاقوليا تحت تأثير الجاذبية الارضية فقط أسم سقوط حر، إن لم يبدأ من السكون، ويكون تسارعه ثابتا بالقيمة ويرمز له بـ g ويتجه للأسفل دوما بغض النظر سواء كانت حركة الجسم للأعلى أو للأسفل في أي لحظة من الزمن. أن سقوط الاجسام خير مثال على الحركة ذات التعجيل المنتظم وعلى خط مستقيم لذلك تستخدم معادلات هذه الحركة لحل مسائل الاجسام الساقطة ولتميزها يرمز للأزاحة بدلا من x بالرمز h وللتعجيل بدلا من a بالرمز g. فإذا اعتبرنا الاتجاه الشاقولي نحو الاعلى هو الاتجاه الموجب، أي ان a=-g ، عندئذ تصبح معادلات حركة الجسم بالشكل :

$$v = v_i + gt \tag{2-12}$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gh \tag{2-13}$$

$$h = v_i t + \frac{1}{2} g t^2 \tag{2-14}$$

أذا بدأ الجسم الساقط حركته من السكون :

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \ \rightarrow\gg g = \frac{2h}{t^2} \tag{2-15}$$

مثال 2-8

أسقط حجر شاقوليا الى الاسفل من أرتفاع 61m وبسرعة 15.25 m/sec ،a) بأية سرعة سيضرب الارض؟ b) ما الزمن الذي سيستغرقه لوصوله؟

الحل:(a

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gh$$

$$v^2 = (15.25)^2 + 2\,(9.8)(61)$$

$$v^2 = 1428.16$$

$$v = 37.79\ m/sec$$

(b

$$v = v_i + gt$$

$$37.79 = 15.25 + 9.8\ t$$

$$t = 2.3\ sec$$

في حالة قذف الجسم شاقوليا الى الاعلى ستتناقص سرعته تدريجيا حتى تصل الى نقطة يصبح فيها الجسم لحظيا في حالة سكون ثم يبدأ يسقط عائدا الى الارض وعند وصوله يكتسب نفس السرعة التي قذف بها. أن حركة الجسم شاقوليا نحو الاعلى مساوية الى حركته الى الاسفل ولكن بأتجاه معاكس وان الزمن لأية نقطة على طول مساره نجدهما بأستخدام نفس المعادلات السقوط.

مثال 2-9

قذف حجر شاقوليا الى الاعلى بسرعة *39 m/sec* أحسب الزمن اللازم لكي يصل الجسم الى أعلى نقطة.

الحل :

$$v_f = v_i + gt$$

$$0 = 39 + (-9.8)\ t$$

$$t = 4\ sec$$

مثال 2-10

قذف حجر الى الاعلى بسرعة 24.4 m/sec من نقطة ارتفاعها 68,3 m عن سطح الارض، جد: a) اعلى نقطة يصلها الحجر. b) زمن الوصول الى اعلى نقطة؟ c) زمن الوصول الى ارتفاع 19,5 m؟ d) سرعة وصوله الى الارض؟ e) الزمن الكلي الذي يقضيه الحجر في الهواء؟

الحل: a) سرعة الحجر في اعلى نقطة تساوي صفر.

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gh$$

$$0 = (24.4)^2 + 2(-9.8)h \ \rightarrow\gg h = 30.3\ m$$

b) عند رجوعه الى النقطة التي قذف منها فيكون الارتفاع = 0

$$h = v_i t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = (24.4)\ t + \frac{1}{2}(-9.8)t^2 \rightarrow\gg \mathrm{t} = 5\ sec$$

(c

$$h = v_i t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$19.5 = (24.4)t + \frac{1}{2}(-9.8)\ t^2$$

$$9.8\ t^2 - 2(24.4)\ t - 2(19.5) = 0$$

$$t = 4, \quad t = 1$$

الزمن 1 ثانية يمثل الزمن اللازم لكي يصل الحجر الى ارتفاع 19 متر في طريقه الى الاعلى بينما القيمة الثانية وهي 4 ثانية تمثل الزمن اللازم لكي يصل الحجر الى مسافة 19 متر الى الاسفل.

d) عند وصوله الارض يكون الحجر اسفل نقطة قذفه بمسافة 68.3

h = -68.3 m

$$v_f^2 = v_i^2 + 2gh$$

$$v_f^2 = (24.4)^2 + 2\ (-9.8)(-68.3) = 1934.04$$

$$v = \pm 44\ m/sec$$

(e

$$v_f = v_i + gt$$

-44 = 24.4 +(-9.8) t

$$t = \frac{68.4}{9.8} = 7\ sec$$

2-7 القذائف Projectiles

إذا تحرك جسم في مستو أوفي الفضاء تحت تأثير الجاذبية فقط (أي يكون احتكاك الهواء مهمل) فإننا نقول إنه مقذوف. أما حركة القذائف تعتمد على مركبتين الحركة الافقية (المركبة الافقية) حيث يكون $a_x=0$ و السرعة الابتدائية والنهائية ومعدل السرعة يكون متساوي والحركة العمودية (المركبة العمودية) حيث $a_y=-g=-9.8\ m/sec^2$.

لنفرض أن عملة نقدية قذفت بسرعة افقية مقدارها v اذن المسافة الافقية التي تقطعها العملة بعد زمن t تعطيها علاقة الحركة غير المعجلة البسيطة الاتية :

$$x=vt \qquad (2\text{-}16)$$

وعند سقوط عملة ثانية في ان واحد بتعجيل g فالمسافة الشاقولية التي تقطعها بعد زمن t هي :

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \qquad (2\text{-}17)$$

هذه الحالة عندما يكون أنطلاق القذائف بدون زاوية، أما عندما يكون أنطلاق القذيفة بزواية فيكون كالاتي:

أن زمن انطلاق القذيفة في نقطة الاصل يساوي صفر t=0 ، وعند تمثيل السرعة في نقطة الاصل $\vec{v}_o$ وهي السرعة الابتدائية للقذيفة وزاوية انحرافها في هذه النقطة بالرمز θ_o وتحليل السرعة الابتدائية الى مركبتين لنحصل على المركبة الافقية :

$$v_{ox} = v_o \cos\theta_o \qquad (2\text{-}18)$$

والمركبة الشاقولية :

$$v_{oy} = v_o \sin\theta_o \qquad (2\text{-}19)$$

أن التعجيل الافقي عند هذه النقطة =0 أي أن مركبة السرعة تبقى ثابتة خلال حركة القذيفة لذا فأن السرعة في اي زمن لاحق :

$$v_x = v_{ox} = v_o \cos\theta_o \qquad (2\text{-}20)$$

والقذيفة تتحرك تحت تأثير تعجيل الجاذبية الارضي الشاقولية وذلك يعني :

$$a_y = -g \tag{2-21}$$

وعليه في أي زمن، السرعة الشاقولية :

$$v_y = v_{oy} - gt \tag{2-22}$$

$$v_y = v_o \sin\theta_o - gt \tag{2-23}$$

ومقدار محصلة السرعة في أي لحظة هو

$$v = [\, v_x^2 + v_y^2]^{1/2} \tag{2-24}$$

ويمكن ايجاد الزاوية θ التي تصنعها محصلة السرعة مع الافق من العلاقة :

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} \tag{2-25}$$

كما أن متجه السرعة v يكون مماسا للمسار وفي أي نقطة من نقاطه. ولما كانت السرعة بأتجاه المحور x ثابتة فعليه يمكن الحصول على البعد الافقي للقذيفة في أي زمن t من العلاقة الاتية:

$$x = (v_o \cos\theta_o)\, t \tag{2-26}$$

والبعد الشاقولي من العلاقة:

$$y = (v_o \sin\theta_o)t - \frac{1}{2}gt^2 \tag{2-27}$$

عند اعلى نقطة تصلها القذيفة فأن السرعة الشاقولية $v_y = 0$ والزمن الذي تستغرقه لكي تصل الى هذه النقطة نحصل عليه من المعادلة الاتية:

$$t = \frac{v_o \sin\theta_o}{g} \tag{2-28}$$

زمن الطيران T هو الزمن اللازم لكي تعود القذيفة الى نفس المستوى الذي قذفت منه ويساوي ضعف الزمن الذي تستغرقه لتصل الى اعلى نقطة.

$$T = \frac{2v_o \sin\theta_o}{g} \tag{2-29}$$

ولايجاد أعلى ارتفاع تصله القذيفة :

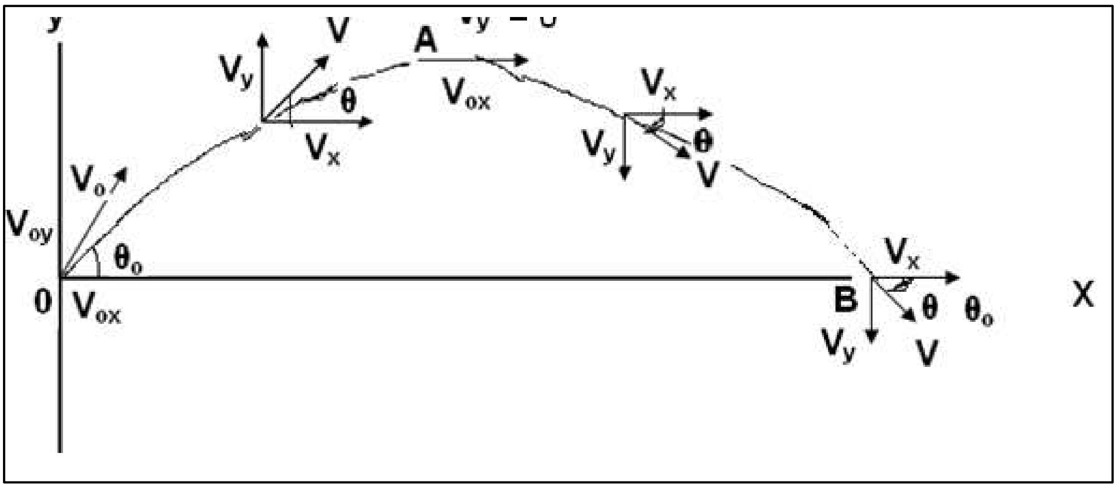
$$h = \frac{v_o^2\, sin^2\theta_o}{2g} \tag{2-30}$$

المدى عبارة عن المسافة الافقية الكلية والمقطوعة خلال زمن طيران القذيفة ، ويمكن ايجاده من خلال المعدلة الاتية:

$$R = \frac{v_o^2\, sin2\theta_o}{g} \tag{2-31}$$

مثال 2-11

أذا كانت السرعة الابتدائية في الشكل (٢-٢) تساوي 50 m/sec وزاوية الانحراف 53° :



شكل (٢-٢)

a) جد موضع القذيفة ومقدار واتجاه سرعتها بعد مرور ثانيتين. b) جد الزمن اللازم لوصول القذيفة الى أعلى نقطة وارتفاعها في هذه النقطة. c) جد المدى. d) جد المركبة الشاقولية للسرعة عند هذه النقطة؟ e) جد موضع وسرعة القذيفة بعد مرور عشر ثوان من اطلاقها؟

الحل: a)

$$x = (v_\circ cos\,\theta_\circ)t = (30)(2) = 60\ m$$

$$y = (v_\circ \sin\theta_\circ)t - \frac{1}{2}gt^2 = (40)(2) - \frac{1}{2}\,(9.8)(2)^2 = 60\ m$$

$$v_x = v_o \cos\theta_o = 30\ m/sec$$

$$v_y = v_o \sin\theta_o - gt$$

$$v_y = 40 - (9.8)(2) = 20\ m/sec$$

$$\theta = tan^{-1}\frac{v_y}{v_x} = \ tan^{-1}\frac{20}{30} = 33.5^{\circ}$$

(b $$t = \frac{v_o \sin\theta_o}{g} = \frac{40}{9.8} = 4\ sec$$

$$h = \frac{v_o^2\ sin^2\theta_o}{2g} = \frac{(40)^2}{2(9.8)} = 80\ m$$

(c $$R = \frac{v_o^2\ sin2\theta_o}{g} = \frac{(50)^2 \sin 106}{9.8} = 245\ m$$

(d $$T = \frac{2v_o \sin\theta_o}{g} = \frac{(2)(50)\sin 53}{9.8} = 8\ sec$$

$$v_y = v_o \sin\theta_o - gt = 40 - (9.8)(8) = \ -40\ m/sec$$

(e $$x = (v_o \cos\theta_o)\ t = (30)\ (10) = 300\ m$$

$$y = (v_o \sin\theta_o)t - \frac{1}{2}gt^2$$

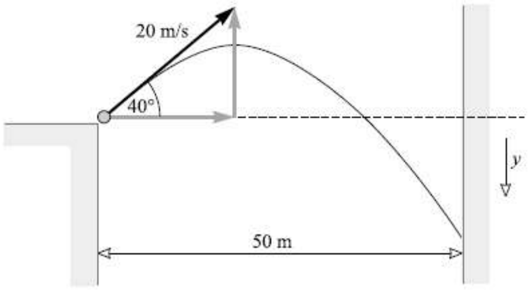
$$= (40)(10) - \frac{1}{2}\ (9.8)(10)^2 = -100\ \ m$$

$$v_x = v_o \cos\theta_o = 30\ m/sec$$

$$v_y = v_o \sin\theta_o - gt = 40 - (9.8)(10) = -60\ m/sec$$

مثال 2-12

كما موضح في الشكل الاتي، قذفت كرة من قمة مبنى في اتجاه مبنى شاهق على بعد 50 m. السرعة الابتدائية للكرة هي 20 m/sec عند 40° فوق الافق. أوجد ارتفاع أو انخفاض النقطة التي تصطدم عندها الكرة على الحائط المقابل وذلك بالنسبة لمستواها الاصلي.



الحل:

$$v_x = v_o \cos\theta_o$$

=15.3 m/sec

$$v_y = v_\circ \sin\theta = 20\sin 40 = 12.9\ m/sec$$

للحركة الافقية

$$X = v\ t$$

$$50 = (15.3)t$$

$$t = 3.27\ sec$$

بالنسبة للحركة الشاقولية ، مع اعتبار الاتجاه الى الاسفل موجبا:

$$y = v_y t + \frac{1}{2} a\ t^2 = (-12.9)(3.27) + \frac{1}{2}\ (9.8)(3.27) = 105\ m$$

وبما أن y موجبة والاتجاه الى الاسفل موجب فان الكرة سترتطم بالحائط المقابل عند مسافة 105 m أسفل المستوى الاصلي.