وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
كليـــــة التربية المـقـــــــــداد
جامعـــــــــــة ديالـــــــــــى
قســــم
الرياضــــــــيات

Matlabالتكامل العددي باستخدام

مشروع تخرج مقدم

الى مجلس قسم الرياضيات، وهو جزء من متطلبات نيل شهادة البكالوريوس في الرياضيات من قِبل الطلبة:

حسين علي حسين حمادي
تبارك عايد عبد الامير سهيل

بإشراف
م.م ساجد وليد عمران

١٤٤٣ هـ ٢٠٢٢ م

بسم الله الرحمن الرحيم

وَاحْلُلْ ۞وَيَسِّرْ لِي أَمْرِي۞وقل رَبِّ اشْرَحْ لِي صَدْرِي

يَفْقَهُوا قَوْلِي۞عُقْدَةً مِنْ لِسَانِي

صدق الله العظيم

سورة طه : الآية ٢٥ ـ ٢٨

I

الإهداء

إلى ... من يسبح له من في السموات والأرض

... تحميداً وتسبيحاً ما دامت السموات والأرض.

إلى خير العرب والعجم

... رسول الله عليه أفضل الصلاة والسلام.

إلى من جعل فرحة أبنائه جل ما سعى لأجله إلى قدوتي ومصدر فخري.....

... والـــــــــدي العزيز

إلى منبع الحياة ونهر الحنان وشلال الحب المتدفق

... والـــــــــدتي الحنونة

إلى الأزهار التي التفت حولي

... إخواني وأخواتي

إلى القلاع الحصينة التي ألجا إليها عند شدتي ...

زملائي وأصدقائي الأعزاء.

إلى من أعطوني من ثمار عقولهم وأحسنوا تعليمي

... أساتذتي الأفاضل.

الباحثين

II

شكر وتقدير

في البدء أشكر الله الذي أعطاني القوة والعون بنعمته الإلهية للوصول إلى ما أنا عليه ألان .

وبعد . . .

لا يسعني بعد أن انتهيت من هذا الجهد المتواضع إلا أن أتقدم بخالص التقدير و الامتنان إلى أستاذي الفاضل(م.م ساجد وليد) على ما بذله من توجيهاته العلمية

الهادفـة التـي كـان لهـا الأثـر الكبيـر فـي إخـراج هـذا البحـث . وعلـى مـا قدمـه مـن نصـائح وعون وكان بها عظيم الفائدة في أعداد هذا البحث.

كمـا أتقـدم بخـالص التقـدير و الامتنـان إلـى جميـع أسـاتذة (قسـم الرياضـيات فـي كليـة التربية المقداد) الذين رافقوا مسيرتنا العلمية.

والله ولي التوفيق...

الباحثين

III

التكامل العددي باستخدامMatlab

هذا البحث لنيل شهادة البكالوريوس في قسم الرياضيات

نوقشَ هذا البحثُ في جامعة ديالى – كلية التربية المقداد – قسم الرياضيات

اليوم :

التاريخ:

التوقيـــع:

رئيس اللجنة:

IV

لجنة المناقشة

v

الفهرس

الموضوع	الصفحة

الآية	I
الإهداء	II
الشكر والتقدير	III
اسماء لجنة المناقشة	
الفهرس	
الفصل الاول	
المقدمة	١
مشكلة البحث	٢
اهداف البحث	٢
اهمية البحث	٢
منهج البحث	٣
تحديد المصطلحات	٣
الفصل الثاني التكامل العددي	
التكامل العددي	٥
طريقة المستطيلات	٥
حساب الخطأ المرتكب لطريقة المستطيلات	٨
قاعدة شبه المنحرف	١١
الفصل الثالث تشغيل برنامج ماتلاب	
المقدمة	١٧
تشغيل برنامج ماتلاب	١٨
سطح مكتب برنامجMATLAB	١٨
مكونات نافذةMATLAB	١٩
الفصل الرابع النتائج و التوصيات	
النتائج:	٢٦
التوصيات	٢٦
المصادر	٢٧

الفصل الاول

الاطار العام

١–١ المقدمة

التحليل العددي هو احد فروع الرياضيات الهامة وهو الذي يربط بين الرياضيات التحليلية و الحاسب الالي ويستخدم عادة في ايجاد حلول بعض المسائل و المشاكل التي لايمكن حلها بالرياضيات التحليلية حيث تكون النتيجة التي نحصل عليها نتيجة تقريبية . بما اننا نحصل على نتيجة تقريبية او حل تقريبي هذا يعني انه يوجد خطا وعلينا حساب الخطا الا انه لو استطعنا ايجاد الخطا لاستطعنا ايجاد الحل الفعلي (الحقيقي) الامر الذي يعني ان ايجاد الخطا لاستطعنا غير ممكن ونسعى بالتالي الى ايجاد تقريب للخطا او حجم الخطا اي تلك القيمة التي لايتجاوزها الخطا . وتتلخص مهمة التحليل العددي في ايجاد الحل التقريبي لمسالة ما وتقويم الخطا .

ان معظم الاعداد التي نتعامل معها هي اعداد تقريبية لانها غالبا ما تمثل اطوال وقياسات او قيم لمقادير فيزيائية بنتيجة القياس وهي بحد ذاتها تقريبية . كلذلك فان كثير من الاعداد الحقيقية لايمكن التعبير عنها بعدد منته من الارقام فمثلا العدد π يساوي تقريبا ٣.١٤١٥٩ .

١–٢ مشكلة البحث

التكامل العددي يشكل غموض في كيفية الحل وكيفية التفريق بين أنواعها المختلفة ، وكذلك توجد صعوبة في تطبيق هذه المعادلات في برنامج ماتلاب ولصعوبة هذه التكاملات نفسها لأنها متعددة الفروع و ليس بالأمر السهل .

١–٣ اهداف البحث

١–التعرف على التكاملات العددية .

٢–التعرف على بعض طرق حل التكاملات العددية في برنامج ماتلاب .

٣–تطبيق مفهوم التكاملات العددية في برنامج ماتلاب .

١–٤ اهمية البحث

١–يبين البحث التكاملات العددية بطريقة سهلة مبسطة تساعد في تكوين خلفية علمية ثابتة .

٢– توضيح تطبيقات برنامج ماتلاب لحل المعادلات العددية .

١–٥ المنهج البحثي

المنهج الوصفي التحليلي :

يعتمد على دراسة الظاهرة كما توجد في الواقع ويهتم بوصفها وصفاً دقيقاً ويعبرعنها كيفياً وكمياً ، فالتعبير الكيفي يصنف الظاهرة ويوضح خصائصها أما التعبير الكمي يعطيها وصفاً رقمياً يوضح مقدار هذه الظاهرة ودرجة إرتباطها مع الظواهر الأخرى .

١–٦ مصطلحات البحث

- **المعادلة :**

هي عبارة رياضية مؤلفة من رموز رياضية تنص على مساواة تعبيرين رياضيين ويعبر عن هذه المساواة عن طريق علامة التساوي

- **حساب الاخطاء**

ان التحليل العددي يهتم بتحليل صفات الطرق العددية والاخطاء المحتملة ويتم حساب الخطاء المحتمل وقوعه في حل اي طريقة من الطرق المختلفة التي توصل الى الحل المطلوب وفي ضوء المقارنة يتم اختيار الطريقة التي تحقق الدقة المطلوبة في اقل خطوات ولذلك كان من الضروري فهم انواع الخطاء وطرق تحديدها .

هناك عدة انواع من الخطاء اهمها :

١– خطا المعطيات : ينتج عن حل المسائل التي نحصل عليها من التجارب العملية الغير دقيقة بشكل كافي او التي ناخذها مقربة لقيم حقيقية وذلك لتسهيل مستخدمين

٢– خطا الطريقة : ينتج عن الاستعاضة عن علاقة رياضية معقدة مثلا بعلاقة اخرى ابسط منها ومثال ذلك استخدام طريقة شبه المنحرف مثلا في حساب قيمة التكامل المحدود

٣– خطا القطع : ينتج عن اعتبار ان المجموع السلسلة غير المنتهية مثلا هو عدد حدودها

٤– اخطا التقريب : تنتج عن الحاسب نفسه فمثلا لنفرض ان لدينا حاسب بحيث ان كل عدد فيه يحتوي على خمسة ارقام فقط واننا نريد جمع العددين ٩.٢٦٥٤ و ٧.١٦٢٥ ان المجموع هو ١٦.٤٢٧٩ وهو يحتوي على ستة ارقام عندئذ الحاسب لايستطيع تخزين هذه الارقام وبالتالي يقوم بتدوير الارقام الستة الى ١٦.٤٢٨ . اخيرا ان هناك

اخطاء مهملة مثل الخطا الشخصي الناتج عن الشخص الذي يقوم بعملية لا القياس لتجربة ما مقارنة بشخص اخر يقوم بعملة القياس لذات التجربة

يمكن ان نعبر عن الاخطاء عادة بالطرق التالية :

الخطا المطلق : يعرف بانه الفرق بين القيمة المحسوبة و القيمة المضبوطة وقد نعبر عنه بالقيمة المطلقة

اي ان :

الخطا المطلق = القيمة المحسوبة – القيمة المضبوطة

والقيمة المطلقة للخطا = \ المحسوبة القيمة – المضبوطة القيمة \

الخطا النسبي : يعرف بانه خارج قسمة الخطا المطلق و القيمة المضبوطة (او القيمة المحسوبة باعتبارها قريبة منها)

وعادة مايعبر عنه بالقيم المطلقة ايضا ، اي ان :

المحسوبة القيمة – المضبوطة القيمة

الخطا النسبي = ـــــــــــــــــــــــــــــــــــــ

القيمة المضبوطة

الفصل الثاني

(التكامل العددي)

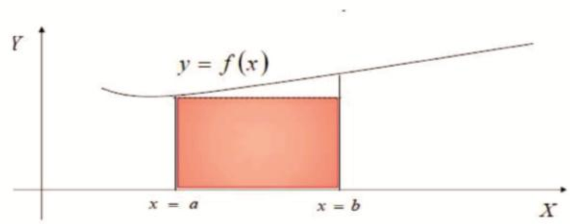
2-1التكامل العددي:

تعتمد الطرق العددية لحساب قيمة تقريبية لتكامل محدد على تجزئة مجال المكاملة إلى أقسام صغيره وحساب المساحات المحددة ثم جمع هذه المساحة الجزئية للحصول على القيمة التقريبية للتكامل الكلي وسندرس أهم هذه الطرق وأكثرها إنتشارا.

2-1-1طريقة المستطيلات :

لتكن لدينا الدالة $y = f(x)$ قابلة لتكامل على المجال [a , b]والمطلوب هو إيجاد قيمة تقريبية لتكامل هذه الدالة على المجال$[a, b]$.

تستخدم هذه الطريقة كقيمة تقريبية لتكامل مساحة المستطيل الذي طوله المجال$[a, b]$ وعرضه f(a) .



الشكل(2-1)

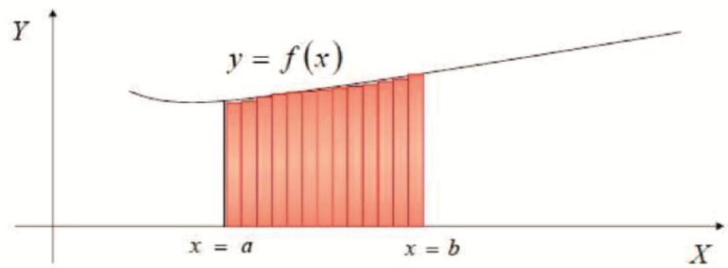
أي أن القيمة التقريبية للتكامل تعطي بالعلاقة :

$$I = \int_a^b f(x).\,dx \cong (b-a).\,f(a) \; (1\_2)$$

نلاحظ أن الخطأ في القيمة التقريبية التي تعطيها هذه العلاقة يكون كبير إذا كان طول المجال *[a , b]* كبير وصغير إذا كان المجال*[a , b]* صغير .

لذالك ,وللحصول على قيمة تقريبية للتكامل ذات دقة أكبر و خطأ مرتكب أقل , فإننا نقوم بتجزئة المجال *[a , b]* إلى *n* مجال جزئي متساوي الطول كل منها هو:

. $h = (b-a)/n$



الشكل(2-2)

عند القيام بذالك فإن القيمة التقريبية للتكامل يمكن أن تعطى بالشكل التالي:

$$I = \int_a^b f(x).\,dx$$

$$= \frac{(b-a)}{n}[f(x_0) + f(x_1) + \cdots + f(x_{n-1})]$$

$$= h[f_0 + f_1 + \cdots + f_{n-1}] (2\_2)$$

$$x_0 = a < x_1 < x_2 < \cdots < x_n = b$$

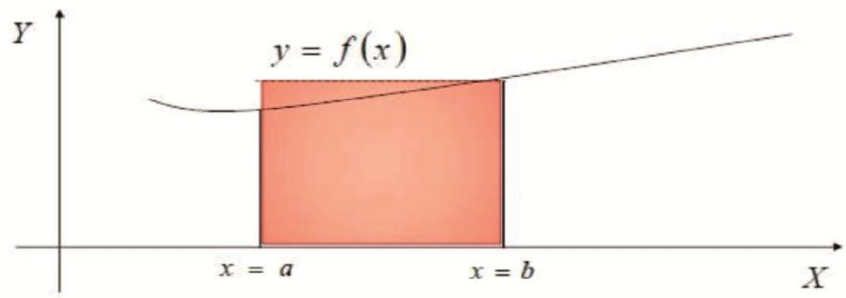
من الواضح أنه عندما$\infty \to n$ فإن القيمة التقريبية للتكامل المحسوبة بهذه الطريقة تساوي مساحة السطح المحدود بمنحنى الدالة$y = f(x)$ والمحور X والمستقيمين $x = a \;\;,\;\; x =$ b وهي القيمة الفعلية للتكامل

ملاحظة1:

كان من الممكن حساب قيمة تقريبية لمساحة السطح المحدود بمنحنى الدالة

$y = f(x)$ والمحور X والمستقيمين $x = b \;\;,\;\; x = a$ بالشكل التالي:

$$I = \int_a^b f(x).\,dx \cong (b-a).\,f(b)$$



الشكل(3-2)

نلاحظ عند ذالك, بتقسيم المجال [a , b] إلى n مجال جزئي متساوي الطول فإن القيمة التقريبية للتكامل تعطي بالشكل :

$$I = \int_a^b f(x).\,dx = \frac{(b-a)}{n}[f(x_1) + f(x_2) + \cdots + f(x_n)]$$
$$= h[f_1 + f_2 + \cdots + f_n](3\_2)$$
$$x_0 = a < x_1 < x_2 < \cdots < x_n = b$$

مثال (2_1):

ليكن لدينا $y = f(x)$ المعطاة بالجدول التالي:

X	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6
F(X)	4.953	6.050	7.389	9.25	11.23	13.46

والمطلوب هوا حساب قيمة التكامل :

$$I = \int_{1.6}^{2.6} f(x).\,dx$$

الحل :

باعتبار $h = 0.2$ عندها يمكن تقسيم المجال إلى خمس مجالات

صغيرة متساوية الطول بالشكل :

$$x_0 = 1.6 < 1.8 < 2.0 < 2.2 < 2.4 < 2.6 = \mathrm{x_n}$$

وبالتالي فإن القيمة التقريبية للتكامل تكون :

$$I \cong h[f_0 + f_1 + f_2 + f_3 + f_4]$$

$$\cong 0.2[4.953 + 6.050 + 7.389 + 9.025 + 11.023]$$

$$\cong 0.2(38.44) = 7.688$$

2-1-1-1حساب الخطأ المرتكب لطريقة المستطيلات:

نعلم أن الخطأ المرتكب هو الفرق مابين القيمتين الحقيقية و التقريبية للتكامل لذالك يمكننا أن نكتب :

$$R_1 = \int_a^b f(x).dx - (b-a)f(a)$$

باستخدام نشر تايلور يمكن أن نكتب:

$$f(x) = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0) + f''(x_0)\frac{(x - x_0)}{2!} + \cdots$$

$$f(x) = f(x_0) + (x - x_0)f'(\xi_1); \quad \xi_1 \in [a, b]$$

وباعتبار $x_0 = \mathrm{a}$ يكون :

$$f(x) - f(a) = (x - a)f'(\xi_1)$$

وبتكامل الطرفين على المجال $[a, b]$ نجد أن :

$$\int_a^b f(x)dx - \int_a^b f(a)dx = \int_a^b (x-a)f'(\xi_1)dx$$

$$\int_a^b f(x)dx - (b-a)\ f(a) = \int_a^b (x-a)f'(\xi_1)dx$$

ومنه نستنتج أن الخطأ المرتكب يكتب بالشكل :

$$R_1 = \int_a^b (x-a)\ f'(\xi_1)dx$$

$$R_1 = f'(\xi_1)\int_a^b (x-a)\ dx$$

$$= \frac{(b-a)^2}{2}\ f'(\xi_1) \qquad (4\_2)$$

وباعتبار الصيغة المستخدمة تستخدم مجال واحد فقط من طول $(h = b - a)$ يمكننا أن نكتب :

$$R_1 = \frac{h^2}{2}\ f'(\xi_1) \qquad (5\_2)$$

أما في حالة استخدام n من المجالات الجزئية المتساوية فإن :

$$R = R_1 + R_2 + \cdots + R_n = \frac{h^2}{2}\sum_{i=1}^{n} f'(\xi_i)$$

وبالتالي يكون :

$$R = \frac{(b-a)^2}{2n^2}\sum_{i=1}^{n} f'(\xi_i) \qquad (6\_2)$$

باعتبار أن$f'(x)$ دالة مستمرة على المجال $[a,b]$ فإنه يمكن إيجاد نقطة في هذا المجال مثل ξ بحيث يكون :

$$f'(\xi)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}f'(\xi_i)$$

وبالتالي فإن الخطأ المرتكب عند تقسيم المجال $[a,b]$إلى n من المجالات الجزئية المتساوية يكتب على الشكل التالي :

$$R=\frac{b-a}{2}hf'(\xi)$$

مثال(2_2):

استخدم طريقة المستطيلات لحساب القيمة التقريبية للتكامل التالي:

$$I=\int_0^1\frac{dx}{x+1}$$

حيث h=0.1 ثم احسب الخطأ المرتكب .

الحل:

نقوم بتجزئة المجال [0,1] إلى عشرة أقسام متساوية فنحصل على الجدول التالي الذي يعطي قيم الدالة $f(x)=\frac{1}{1+x}$ عند نقاط التقسيم :

X	F(x)	X	F(x)
0	1	0.6	0.625
0.1	0.909090909	0.7	0.588235294
0.2	0.833333333	0.8	0.555555555
0.3	0.769230769	0.9	0.526315789
0.4	0.714285714	1	0.5
0.5	0.666666666		

باستخدام طريقة المستطيلات لحساب القيمة التقريبية للتكامل نكتب:

$$I \cong h[f_0 + f_1 + f_2 + \cdots + f_9]$$

$$\begin{aligned} I \cong 0.1[1 &+ 0.909090909 + 0.833333333 + 0.769230769 \\ &+ 0.714285714 + 0.666666666 + 0.625 \\ &+ 0.588235294 + 0.555555555 + 0.526315789] \end{aligned}$$

$$\cong 0.718771402$$

ولحساب الخطأ المرتكب نستخدم العلاقة:

$$R = \frac{b-a}{2} h f'(\xi); \qquad \xi \epsilon [0,1]$$

حيث $f'(x) = \frac{1}{(x+1)^2}$

و$h = 0.1$ فيكون :

$$R_{\max} = |(0.5)(0.1)(-1)| = 0.05$$

$$R_{\min} = |(0.5)(0.1)(-0.25)| = 0.0125$$

2-1-2قاعدة شبه المنحرف Trapezoidal Rule:

تعتمد هذه الطريقة على تقسيمه منتظمة لنطاق المتغير المستقل كما هو موضح بالشكل(2-4)

ومن الواضح أن عدد التقسيمات panels هو،وأن الاتساع h ويعطى بالعلاقة:

$$h = \frac{b - a}{n}$$

وقد استخدمنا الموشر i $(0 \le i \le n)$ للدلالة على النقاط المختلفة .

دعنا نفترض أنه يمكن تقريب الدالة f(x) خلال كل تقسيمة بخط مستقيم ، وبذلك تكون كل تقسيمة شبه المنحرف شكل (5-2) ، وتكون مساحته عند النقطة i هي :

$$I_i = (f_i + f_{i+1})\frac{h}{2} \qquad (7\_2)$$

وبما أن التكامل المحدود Iهو المساحة تحت منحنى الدالة f(x) على النطاق [a,b] ، إذا نحسبه بجمع مساحات التقسيماتI_i من $i=0$ إلى$(n-1) = i$ ، أي أن :

$$I = \sum_{i=0}^{n-1} I_i = \frac{h}{2}\sum_{i=0}^{n-1}(f_i + f_{i+1})$$

$$= \frac{h}{2}(f_0 + f_n + 2\sum_{i=1}^{n-1} f_i) \qquad (8\_2)$$

وتعرف هذه المعادلة بقاعدة شبه المنحرف وقد توصلنا إليها بطريقة هندسية بحته، تمثلت في حساب مساحات التقسيمات المختلفة ثم جمعها لحساب قيمةI.هذه المعادلة ليست صيغة عددية متكاملة لأنها لا تشمل أي تقدير للخطأ المصاحب لها، وهو الخطأ الناتج عن تقريب الدالة f(x) بخط مستقيم، ولذلك تسمى هذه المعادلة بقاعدة شبه المنحرف غير المصححة أو قاعدة شبه المنحرف بدون تصحيح .

وحتى يمكننا الحصول على تعبير عددي لقاعدة شبه المنحرف نستخدم متسلسلة تايلور المقطوعة .

نعرف أولا التكامل غير المحدود $I(\mathrm{x})$ كالآتي:

$$I(x) = \int_{a}^{x} f(x)dx$$

وبذلك تكون المشتقات$I'(\mathrm{x})$و$I''(\mathrm{x})$ و... كما يلي:

$$I'(\mathrm{x}) = f(x),\ I''(x) = f'(x), ...$$

نستخدم الآن متسلسلة تايلور المقطوعة لنعبر$I(x)$عند النقطة $i+1$ وبأخذ أربعة حدود فقط نحصل على :

$$I_{\mathrm{i+1}} = \mathrm{I_i} + \mathrm{h}I'_{\mathrm{i}} + \frac{h^2}{2!}\mathrm{I''_i} + \frac{\mathrm{h}^3}{3!}\mathrm{I'''_i} + \mathrm{O}\ (\mathrm{h})^4$$

وبالتعويض بالعلاقات نجد أن :

$$I_{\mathrm{i+1}} = \mathrm{I_i} + \mathrm{h}f_{\mathrm{i}} + \frac{h^2}{2!}\mathrm{f'_i} + \frac{\mathrm{h}^3}{3!}\mathrm{f''_i} + \mathrm{O}\ (\mathrm{h})^4$$

والآن، نستطيع التعويض عن f'_{i} بالتعبير العددي الآتي:

$$\mathrm{f'_i} = \frac{1}{\mathrm{h}}(\mathrm{f_{i+1}} - \mathrm{f_i}) - \frac{\mathrm{h}}{2}\mathrm{f''_i} + \mathrm{O}\ (\mathrm{h})^2$$

وبذلك تصبح المعادلة كالآتي :

$$I_{\mathrm{i+1}} - \mathrm{I_i} = \frac{\mathrm{h}}{2}(\mathrm{f_i} + \mathrm{f_{i+1}}) - \frac{\mathrm{h}^3}{12}\mathrm{f''_i} + \mathrm{O}\ (h)^4$$

ولكن $(I_{\mathrm{i+1}} - \mathrm{I_i})$ هي مساحة التقسيمة بين *i* و*i+1*، وبما أن التكامل المحدود *1* هو مجموع المساحات من *i=0* إلى *i=n-1* إذن نستطيع التعبير عن قيمة I كما يلي :

$$I = \sum_{i=0}^{n-1} I_{i+1} - I_i$$

$$= \frac{h}{2}\left[f_0 + f_n 2\sum_{i=0}^{n-1} f_i\right] - \frac{h^3}{12}\sum_{i=0}^{n-1} f_i'' \qquad (9\_2)$$

أخطاء من مرتبة أعلى +

باستخدام نظرية القيمة المتوسطة *mean value theory* يمكن أتبات أن :

$$\frac{h^3}{12}\sum_{i=0}^{n-1} f_i'' = \frac{h^3}{12} n f''\ (\xi)$$

$$= \frac{h^2}{12}[f'(b) - f'(a)]$$

حيثξ هي قيمة وسيطة للمتغير المستقل *x* في النطاق $[a, b]$.

وقد وجد أيضا أن الأخطاء المرتبة الأعلى مبنية في المعادلة هي في الحقيقة أخطاء من المرتبة الرابعة وأعلى وبالتعويض في المعادلة نجد أن:

$$I = \frac{h}{2}\left[f_0 + f_n + 2\sum_{i=1}^{n-1} f_i\right] - \frac{h^2}{12}[f'(b) - f'(a)] - O(h)^4 \quad (10\_2)$$

وهذا هو التعبير العددي لقاعدة شبه المنحرف ويشمل قيمة التكامل كما هو المعطى بقاعدة شبه المنحرف الغير ، و بالإضافة إلى خطأ سائد *dominant error*

يتناسب مع h^2 وخطأ من مرتبة أعلى يتناسب مع h^4 ، ويمكن حساب ذلك الخطأ السائد وإضافته لقيمة التكامل كتصحيح ، ويسمى بتصحيح الطرفي ***end correction*** لأنه يحسب بدلالة المشتقة الأولى للدالة عند طرفي النطاق ***x=a*** و***x=b***.

وفي ضوء ما تقدم ، يتضح إن قاعدة شبه منحرف بدون تصحيح هي طريقة عددية من المرتبة الثانية، أي أن الخطأ المصاحب لها يتناسب مع h^2 أو يتناسب مع $\left(\frac{1}{n}\right)^2$ ، ولكن قاعدة شبه المنحرف المصححة طرفيا هي طريقة عددية من المرتبة الرابعة لان الخطأ المصاحب لها يتناسب مع h^4 أو يتناسب مع $\left(\frac{1}{n}\right)^4$.

من المعتاد ، عند تحليل الأخطاء المصاحبة لطرق التكامل العددية ، أن نعبر مرتبة الخطأ بدلالة $\left(\frac{1}{n}\right)$ ، فعندما تكون الطريقة من المرتبة الثانية -على سبيل المثال- يتناسب الخطأ مع $\left(\frac{1}{n}\right)^2$ ، أي انه إذا ضاعفنا قيمة n سيقل الخطأ إلى الربع ، أما إذا كانت الطريقة العددية من المرتبة الرابعة ، سوف يقل الخطأ إلى $\frac{1}{16}$ كلما تضاعفت قيمة n وهكذا .

مثال(2_3):

باستخدام قاعدة شبه المنحرف أدرس القيمة التقريبية للتكامل

$$\int_0^2 e^x dx$$

باستخدام 1,2,4,8 من الفترات الجزئية

الحل

$n = 1$:

$$\frac{1}{2}(2)\{f(0) + f(2)\} = 8.3890561$$

$n = 2$:

$$\frac{1}{2}(1)\{f(0) + f(2) + 2f(1)\} = 6.9128099$$

$n = 4$:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)\left\{f(0) + f(2) + 2[f\left(\frac{1}{2}\right) + f(1) + f\left(\frac{3}{2}\right)]\right\} = 6.5216101$$

$: n = 8$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)\left\{f(0) + f(2) + 2[f\left(\frac{1}{4}\right) + f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{3}{4}\right) + f(1) + +f\left(\frac{5}{4}\right) + f\left(\frac{3}{2}\right) + f\left(\frac{7}{4}\right)]\right\} = 6.4222978$$

القيمة المضبوطة لهذا التكامل هي *6.3890561* , وبالتالي فإن الأخطاء المناظرة تكون على الترتيب

-2.000000 , -0.5237538 , -0.1325540 , -0.0332417

وهي تتناقص, بمعامل قدره *4* تقريبا عند كل مرحلة .

الفصل الثالث

تشغيل برنامج ماتلاب

٣–١المقدمة

برنامج ماتلاب وهو مجموعة الاوامر المتسلسلة (**Commands or Statement**) ، جملة او امر تكتب باحدى لغات البرمجة تعمل على مدخلات البرنامج (**INPUT I/P**) لها وظيفة محددة ضمن البرنامج للوصول الى النتائج وهي مخرجات البرنامج. (**OUTPUT O/P**)

يعتبر برنامج **MATLAB** البرنامج الأشهر في الأوساط العلمية، إذ يستخدم هذا البرنامج في معظم المسائل العلمية والهندسية، وبعد نمذجة أي مسألة أو ظاهرة يأتي بعدها دور هذا البرنامج ليتعامل مع تلك البرامج ويحللها بأبسط الطرق وأحدثها وأيسرها برمجة، ومن الجدير ذكره بان هذا البرنامج يعلـّم أكثر من ٢٠٠ معهد وكلية في الولايات المتحدة الأمريكية فقط، عدا تلك المعاهد في أوربا وبقية العالم، ويكفي أن تدخل إلى أحد محركات البحث على شبكة الانترنت وتكتب فقط**MATLAB** ، فستـُذهل من عدد المواقع التي تتحدث عن هذا البرنامج.

وتمثل لغة برنامج ماتلاب وهي لغة برمجة عالية الاداء تستخدم لإجراء الحسابات التقنية وتقوم بحساب واخراج البيانات ضمن بيئة سهلة البرمجة، حيث يعبر عن المسألة وحلها بأشكال رياضية مشهورة.

وتعتبر لغة **MATLAB** لغة برمجية عالية الأداء تستخدم لإجراء الحسابات التقنية، وتقوم بعمليات الحساب والإظهار ضمن بيئة سهلة البرمجة كما أنها لا تحتاج إلى احتراف كبير. تمكنك هذه اللغة من حل العديد من المسائل التقنية حسابيا، خاصة التي يعبر عنها بمصفوفات والتي تحتاج إلى جهد كبير لبرمجتها بلغات البرمجة الأخرى مثل لغة **C** و.**FORTAN**

أتت تسمية هذه اللغة من اختصار التعبير **MATrix LABoratory** (مختبر المصفوفة)، حيث إن البرنامج مصمم أساسا للتعامل مع العمليات على المصفوفات بشكل بسيط. كما أرفقت بهذه اللغة أدوات لمعالجة

وحل تطبيقات علمية خاصة سميت toolboxes (وهي أكثر من عشرين أداة)، وتعتبر هذه الأدوات هامة جداً لمستخدمي هذه اللغة، حيث تسمح لهم بتعلم وتطبيق تقنيات حل متخصصة لمعالجة مشكلات ومسائل خاصة، مثل معالجة الإشارة، ونظم التحكم والمحاكاة والشبكات العصبية والتحليل العددي والكمي والمالي والإحصاء ومسائل الجبر الخطي والامثلية

٣-٢ تشغيل برنامج ماتلاب

يتم تشغيل البرنامج بأحد الطرق التالية:

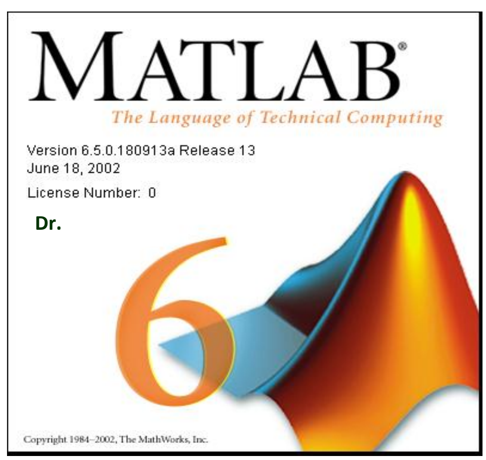
١- بعد تنصيب برنامج MATLAB على الحاسبة التى تعمل عليها. يتم إضافة رمز أيقونة البرنامج على سطح مكتب الحاسبة ويحمل الرمز 

و د النقر على الأيقونة بنقرتين مزدوجتين double click.

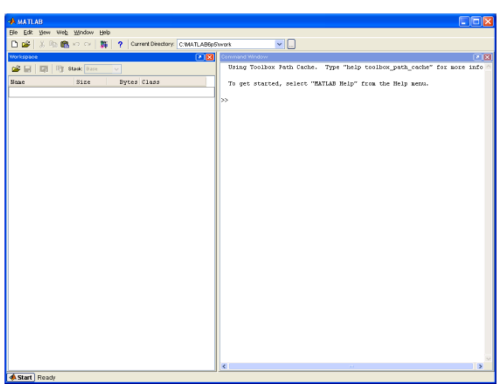
٢- أو عن طريق الذهاب إلى قائمة start ومنها إلى برامج Programs ثم أسم البرنامج MATLAB 6.5.

start ⟶ Programs ⟶ MATLAB 6.5

عندها سوف تظهر لنا شاشة تحمل أسم البرنامج MATLAB ونسخة الإصدار وسنة النشر كما في الشكل رقم (١). ثم بعد ثواني قليلة تظهر نافذة البرنامج الرئيسية والتي تكون في بداية التشغيل كما في الشكل رقم (٢) حيث تحتوي هذه النافذة كسائر البرمجيات التي تعمل تحت بيئة نظام Windows على نوافذ فرعية.



شكل (١): شاشة اسم البرنامج



شكل (٢): شاشة نافذة البرنامج الرئيسية (سطح مكتب

٣-٣ سطح مكتب برنامج MATLAB

عند تشغيل برنامج MATLAB ستظهر على شاشتك عدة نوافذ عنوان احدها MATLAB وتسمى سطح مكتب برنـامج MATLAB، تحـوي هـذه النافـذة وتـتحكم بجميـع النوافـذ الأخـرى المكونـة لبرنـامج MATLAB. وحسـب خيارات تنصيب البرنامج، فقد تكون بعض هذه النوافذ مرئية أو مخفية ضمن نافذة MATLAB.

٣-٤ مكونات نافذة MATLAB

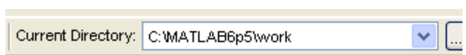
تتكون نافذة MATLAB من الأجزاء التالية:-

١- شريط العنوان ويكون ذات لون مميز عن بـاقي الأشرطة يوجد علـى يسـاره الرمـز الصـوري للبرنـامج وأسم البرنـامج وفي يمينه

٢- شريط قوائم (Menu Bar) أو (Lists Bar) يبدأ بقائمة ملف File، قائمة تحرير Edit، قائمـة عرض View، ... وحتى قائمة المساعدة Help.

٣- شريط الأدوات (Tools Bar) ويضم رموز صورية لبعض الايعازات الموجودة في قوائم الشريط السابق.

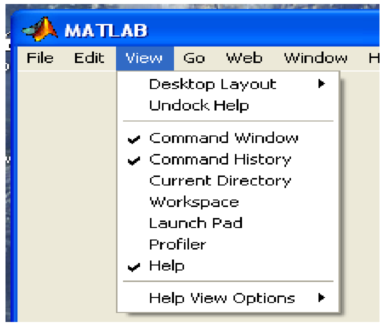
هناك في الجزء الأخير من شريط الأدوات جزء مهم يدعى الدليل الحـالي (Current Directory) والذي يخبر المستخدم فـي أي جـزء مـن الحاسـب هـو موجـود حاليـاً وكمـا فـي الشـكل (٢) يعلمنـا بأننـا علـى الـدليل (المجلد) MATLAB6P5\work وعلى القرص :C



٤- هنالك شريط مهام خاص بنافذة برنامج MATLAB وفيه كلمتان الأولى Start وعملها كطريق مختصـر لتنفيذ بعض الايعازات. بينما Ready تعلمك بأن البرنامج جاهز للعمل حسب التوجيه المعطى له.

بالإضافة إلى الأشرطة أعلاه هناك مجموعة من النوافذ الفرعية التي يمكن تفعيلها أو إخفائها حسب الحاجة وذلك كما في الشكل (٣) حيث يتم تأشير أسم النافذة المرغوب بعرضها بإشارة (√)، لكن هناك نافذة أساسية للعمل هي نافذة الأمر Command Window، والتي من خلالها يتم التعامل بكتابة وتنفيذ الأوامر بصورة مباشرة أو غير مباشرة.

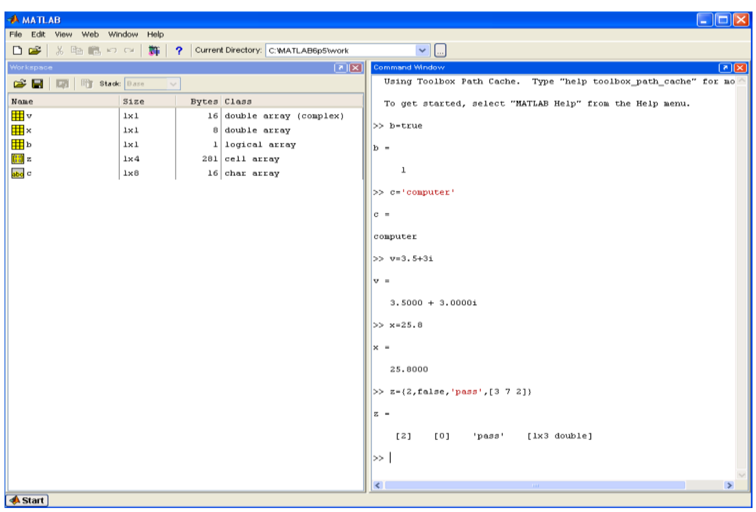
٥- تعتبر النوافذ الداخلية الظاهرة أسمائها في قائمة View كما في الشكل رقم (٣) هي من مكونات نافذة برنامج MATLAB ولكل نافذة منها عملها الخاص وكما يلي:-



شكل (٣): النوافذ الداخلية في قائمة View

أ- نافذة الأمر Command Window: وهي نافذة لا يمكن الاستغناء عنها لأن بواسطتها يتم تنفيذ الأوامر وعرض النتائج التي نحصل عليها من تنفيذ تلك الأوامر وتكتب بعد علامة الحث (>>).

ب- نافذة ساحة العمل Workspace: وهي عن واجهة تخاطبية تسمح لك باستعراض وتحميل وحفظ متغيرات لغة MATLAB حيث تظهر قائمة تضم أسم المتغير وحجمه وعدد بياناته وصنفه (جميع متغيرات لغة MATLAB هي من صنف مصفوفة)، كما في الشكل (٤).



شكل (٤): نافذة الأمر Command Window ونافذة ساحة العمل

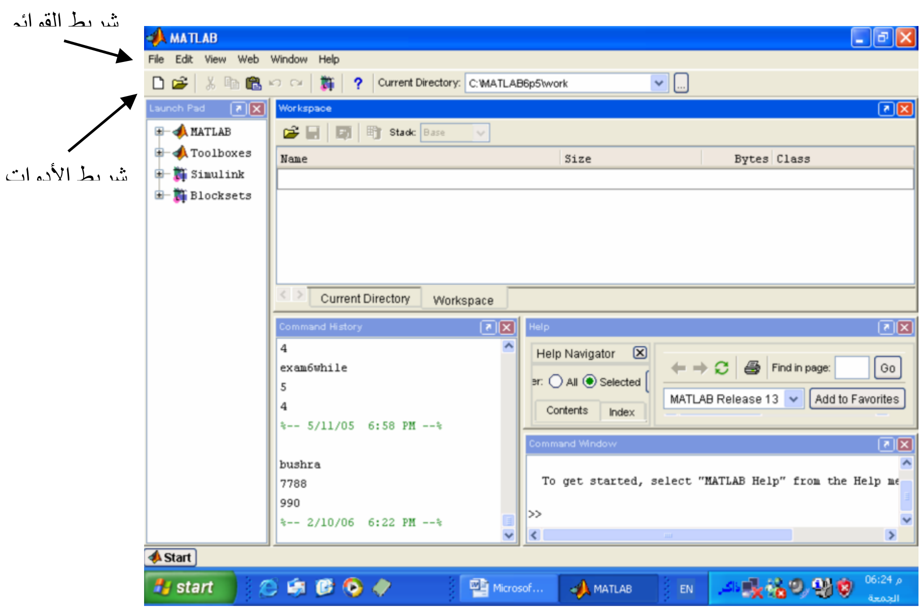
ج- نافذة الدليل الحالي Current Directory: وهي أيضا واجهة رسومية تحدد الدليل الحاوي للملف الذي يتعامل معه برنامج MATLAB.

د- نافذة المساعدة Help: وهي نافذة تخاطبية (رسومية) تسمح لك بالبحث واستعراض الوثائق بشكل مباشر.

و- لوحة البرامج التنفيذية Launch Pad: وهي عبارة عن نافذة تستعرض بنية شجرية للأدوات والبرامج التنفيذية.

هـ- نافذة الأوامر السابقة Command History: تمكنك هذه النافذة من إعادة تنفيذ الأوامر السابقة المنفذة في نافذة الأمر بدلاً من كتابتها مرة أخرى.

والشكل (٥) يبين النوافذ الداخلية لنافذة البرنامج MATLAB بعد تفعيلها ....



النوافذ الداخلية لنافذة البرنامج MATLAB بعد تفعيلها

البرامج المستخدمة

i. برنامج قاعدة شبه المنحرف Program of Trapezoidal Rule

```
%Newton - Cotes  Formulas
% Trapezoidal  Rule  for  Integration
f=input('f='); %function needed to integrate
a=input('a='); % start point of interval
b=input('b='); % start point of interval
n=input('n=');% number of subinterval
h=(b-a)/n;
sum=0;
for  i=1 :n-1
x =a+ i*h;
end
T=(h/2)*(2*sum+subs(f,a)+subs(f,b))
```

ii. برنامج قاعدة سمبسون 1/3 Program of Simpson's 1/3 Rule

```
% Newton - Cotes  Formulas
% Simpson's 1/3  Rule  for  Integration
f=input('f=');
a=input('a='); % start point of interval
b=input('b=') ; % end point of interval
n=input('n=');% number of subinterval
h=(b-a)/n;
sum1=0;
fori=1:2:n-1
x=a+i*h;
sum1=sum1+subs(f,x);
end
sum2=0;
fori=2:2:n-2
x=a*i*h;
sum2=sum2+subs(f,x);

end
s=(h/3)*(4*sum1+2*sum2+subs(f,a)+subs(f,b))
```

الفصل الرابع

النتائج و التوصيات

٤–١ النتائج:

من خلال البحث توصل الباحثان إلى بعض النتائج التي يمكن تلخيصها في الأتي:

١. إمكانية توضيح التكاملات بتدرج يسهل إختيار (تحديد) نوع حلها
٢. تبرز أهمية التكاملات العددية في حل المسائل في العلوم في عدة مجالات وأبرزها في مجال الفيزياء حيث هنالك مسائل يسهل حلها.
٣. الممارسة المستمرة لحل المسائل تسهل كيفية إختيار الطريقة المناسبة لحل التكاملات العددية باستخدام الماتلاب .

٤–٢ التوصيات :

١. التوسع في المعادلات العددية باستخدام ماتلاب و بيان لأهمية.
٢. توضيح أن حل المعادلات العددية يتدرج من الأسهل إلى الأصعب .
٣. بيان التطبيقات التي تدخل فيها المعادلات العددية لتوضيح أهمية ومكان الرياضيات وخاصة باستخدام ماتلاب .

المصادر

١-الدكتور سالم بدر محمد، الرياضيات والتحليل العددي - حل المعادلات الخطية وغير الخطية: دار الأنبار، الفصل العاشر ، العراق

٢-سرميني ، إبراهيم ديب ، مقدمة في المعادلات التفاضلية و التكاملية ، الرياض ، المملكة العربية السعودية ، (١٩٩٦)

٣-الشيحة ، أحمد حمزة ، التكاملات العددية ، الدار العربية للنشر والتوزيع ، دار الكتب الوطنية بنغازي ، (١٩٩٦).

٤-عباسي ،محمد محمد ، التكاملات العددية و طرق تحليلها ، منشأة المعارف ، الأسكندرية ، (١٩٨٠)

٥-فؤاد حمزة عبد الشريفي و اخرون ، استنباط قاعدة للتكامل العددي ، مجلة جامعة بابل للعلوم الصرفة و التطبيقية ، العدد ٤ ، المجلد ٢٤ ، ٢٠١٦

٦-المهندس عبد الكريم البيكو، الدليل المرجعي والتعليمي6.5 MATLAB ، دار شعاع للنشر، ٢٠١٠