وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة ديالى

كلية التربية المقداد

قسم الرياضيات

تاريخ الرياضيات في العصور الوسطى

مشروع تخرج المقدم الى مجلس قسم الرياضيات في كلية التربية المقداد في جامعة ديالى هو جزء من متطلبات الحصول على درجة البكالوريوس في الرياضيات

أعداد الطلبة :

١- أحمد يوسف محمد جاسم

٢- مصطفى أحمد حسين خلف

المشرف البحث :

م.د خالد هادي حميد

٢٠٢٢م ١٤٤٣هـ

بسم الله الرحمن الرحيم

الأية الكريمة

بِسْمِ اللَّـهِ الرَّحْمَـٰنِ الرَّحِيم

(وَأَنْزَلَ اللَّهُ عَلَيْكَ الْكِتَابَ وَالْحِكْمَةَ وَعَلَّمَكَ مَا لَمْ تَكُنْ تَعْلَمُ وَكَانَ فَضْلُ اللَّهِ عَلَيْكَ عَظِيمًا)

صدق الله العظيم

سورة النساء : الأية ١١٣

الإهداء

إلى منارة العلم إلى الأمام المصطفى إلى الذي علم المتعلمين إلى سيد الخلق إلى رسولنا الكريم سيدنا محمد صلى الله عليه وأله وصحبة وسلم إلى من سعي وشقي لأنعم بالراحة والهناء الذي لم يبخل بشيء من أجل دفعي في طريق النجاح الذي علمني أن ارتقي سلم الحياة بحكمة وجر والدي العزيز وأمي الغالية إلى من علمونا حروف من ذهب وكلمات من درر وعبارات من أسمى وأجلى عبارات في العلم من صاغو لنا علمهم حروفا و من فكرهم منارة تنير لنا مسيرة العلم والنجاح إلى أساتذتنا الكرام بدأنا بأكثر من يد وقاسينا بأكثر من هم وعانينا الكثير من الصعوبات وها هنا اليوم والحمد لله نطوي سهر الليالي وتعب الأيام و خلاصة مشوارنا بين دفتي هذا العمل المتواضع ..

الشكر والعرفان

الشكر لله أولا و أخيرا فهو الذي أعانني على إكمال هذا البحث المتواضع ويسعدني بعد ذلك أن أتقدم بجزيل الشكر إلى الأستاذ الفاضل الذي أنار لي سبل العلم و الإبداع و فتح أمامي أبواب المعرفة الأستاذ الفاضل م.د خالد هادي وأتقدم بالشكر الجزيل إلى كل من ساعدني وزودني بالتوجيه والتدقيق و الآراء والأعداد العلمي و المنهجي مما كان له الأثر الكبير الواضح والجلي على ما تم إنجازه كما أتقدم بالشكر إلى أعضاء لجنة المناقشة لتفضلهم بقبول مناقشة هذا البحث كما أشكر كل من تعاون وقدم يد المساعدة في توفير البيانات والمعلومات لا تمام البحث و الشكر موصول الى كلية التربية المقداد و أساتذتها الكرام وأسأل الله أن يحفظهم ويبارك فيهم جهودهم الكريمة من أجل خدمة مسيرة العلم والارتقاء بكلية التربية المقداد

والله الموفق لما فيه الخير والسداد

فهرس المحتويات

المحتويات	الصفحة
البسملة	أ
اللأية الكريمة	ب
الإهداء	ج
الشكر والعرفان	د
فهرس المحتويات	هـ
الفصل الأول	
المقدمة	١
الفصل الثاني (ما الرياضيات ومن الرياضي)	
ما الرياضيات؟	٣
من الرياضي؟	٤
الفصل الثالث (تعلم الرياضيات)	١٧
لماذا تتعلم الرياضيات في أساس	١٨
التعلم الذاتي	١٩
فصل المدرسي البابلي	٢١
حجرة مدرسية في كمبريا	٢٤
الفتيات	٢٩
ملخص البحث	٣٨
المصادر	٣٩

(١-١)المقدمة:

يمتد تاريخ الرياضيات حتى أربعة آلاف عام مضت على الأقل ويوجد في كل حضارة وثقافة، وربما يكون من الممكن – حتى في مقدمة قصيرة جدا كهذا البحث أن نوجز بعضا من أهم الأحداث والاكتشافات بترتيب زمني تقريبي وفي الحقيقة ربما يكون هذا ماسيتوقعه أغلب القراء ومع ذلك قد تواجهنا عدة مشكلات في هذا العرض أولى تلك المشكلات أن مثل هذه الروايات تنزع إلى تصوير رؤية تقدمية لتاريخ مدرك للتطور والتقدم نحو الإنجازات الرياضيات يكون فيها الفهم الرياضي عامة الرائعة المتحققة في الوقت الحاضر لكن لسوء الحظ، فإن من يبحثون عن أدلة على هذا التقديم يميلون إلى التغاضي عن التعقيدات والزلات والطرق المسدودة التي هي جزء يعتذر اجتنابه في أي مسعى بشري، بما في ذلك الرياضيات، وأحيانا يمكن أن يكون الفشل. ملهما وموحيا مثل النجاح وإلى جانب هذا يجعل رياضيات الوقت الحاضر المعيار الذي قاس عليه المجهودات الأقدم قد نخاطر بالنظر إلى إسهامات الماضي بوصفها إسهامات جريئة ولكنها في النهاية جهود عفا عليها الزمن. بدلا من ذلك، عند النظر إلى الكيفية التي نشأت بها هذه الحقيقة أو تلك النظرية، فإننا بحاجة إلى رؤية الاكتشافات في سياق زمنها ومكانها ثمة مشكلة أخرى، سأتكلم عنها فيما بعد أكثر من ذلك هي أن الروايات الزمنية تتبع غالبا أسلوب «الأحجار المتفرقة»، الذي توضع فيه المكتشفات أمامنا واحدا بعد الآخر، دون كل الروابط المهمة الموجودة بينها. إن هدف المؤرخ ليس مجرد تجميع قوائم تواريخ للأحداث، وإنما إلقاء الضوء على المؤثرات والتفاعلات التي أدت إليها وسيكون هذا موضوعا متكررا في هذا البحث وثمة مشكلة ثالثة تتمثل في أن تلك الأحداث والاكتشافات المهمة تأتي مصاحبة الأناس مهمين وعلاوة على هذا، تركز الغالبية العظمى من تواريخ الرياضيات على أولئك الذين عاشوا في أوروبا الغربية منذ القرن السادس عشر تقريبا، وعلى

الذكور تحديدا وهذا لا يعكس بالضرورة تمركزا أوروبيا أو توجهات منحازة جنسيا من جانب البحث إن التطور السريع للرياضيات في الثقافة الذكورية في أوروبا منذ عصر النهضة، أدى الى قدر كبير من المادة، رأى المؤرخون – وهم محقون – أنها تستحق البحث والاستقصاء وإلى جانب هذا لدينا ثروة من المصادر من أوروبا لهذه الفترة، تقابلها فقط حفنة، بتعبير نسبي، لأوروبا ما قبل العصور الوسطى، أو الصين أو الهند أو الولايات المتحدة. ولحسن الحظ، فإن وفرة المصادر وإمكانية الوصول إليها في بعض هذه المناطق الأخرى في سبيلهما إلى التحسن ومهما يكن، تبق الحقيقة أن التركيز على المكتشفات الكبيرة يتغافل عن الخبرة الرياضية لمعظم الجنس البشري؛ النساء، والأطفال، والمحاسبين، والمدرسين،والمهندسين، وعمال المصانع وغيرهم، بل يغفل أيضا عن قارات وقرون كاملة. من الواضح فأن هذا لن يفيدنا في شيء. ودون إنكار لقيمة بعض الإنجازات الجديرة بالذكر (وسيبدأ هذا البحث بواحد منها) فإنه يجب أن تكون هناك طرق للتفكير في التاريخ من منظورالأشخاص الكثيرين الذين يمارسون الرياضيات، وليس مجرد قلة لن يستطيع هذا البحث أن يقوم التحين الذكوري في معظم روايات تاريخ الرياضيات إلا قليلا، ومع ذلك فإنه يستطيع أن يقدم أكثر من مجرد مجاملة لفظية للقارات الأخرى خلا القارة الأوروبية، وسيحاول أن يستكشف كيف وأين ولماذا مورست الرياضيات على يد أناس لن تظهر أسماؤهم أبدا في المسارد التاريخية القياسية. ولكن يتطلب عمل هذا شيئا مختلفا عن البحث الزمني المعتاد.النموذج البديل الذي أقترح تتبعه هو البناء حول الموضوعات وليس الفترات. سيركز كل فصل على حالتي دراسة أو ثلاث، اختيرت ليس لأنها بأية طريقة شاملة أو جامعة ولكن على أمل أنها ستوحي بأفكار وأسئلة وطرائق حديثة في التفكير في الوقت نفسه وتماشيا مع المبادئ التي صرحت بها أعلاه حاولت – حيثما كان ذلك ممكنا – إظهار أوجه الشبه والاختلاف بين القصص المختلفة بحيث يكون القراء قادرين على تكوين رؤية مترابطة لعدد قليل على الأقل من جوانب التاريخ الطويل جدا للرياضيات

فصل الثاني

ما الرياضيات؟ ومن الرياضي؟

(٢-١) ما الرياضيات؟

ما هي إذن الرياضيات من المنظور التاريخي، هذا إذا كان هناك وجود بالفعل لمثل هذا الكيان؟ يجب أن يكون واضحا الآن أن النشاط الرياضي اتخذ أشكال متعددة، تجمعها على نحو فضفاض حقيقة أن هذه الأنشطة تتطلب نوعا ما من القياس أو الحساب. والإجابة الأكثر دقة يجب أن تعتمد بشدة على الزمان والمكان. هناك اعتبارات عامة قليلة فكل المجتمعات المنظمة تحتاج إلى تنظيم التجارة والحفاظ عل الوقت، وهما الإمران اللذان كانا هدفين لكل من «سوان شو» و«سوان لي» على الترتيب في الصين الإمبراطورية البالغة القدم، أو أهداف المعداد أو عملية حساب موعد عيد الفصح الإمبراطورية في أوروبا القرن الثالث عشر. إن ممارسي هذه التقنيات المتعددة من المحتمل أنهم كانوا من مراتب اجتماعية مختلفة للغاية. كانت تعاليم «سوان شو» والمعداد موجهة للتجار أو الموظفين، بينما كان «سوان لي» وحساب موعد عيد الفصح فرعي معرفة للمتخصصين

ذوي المرتبة العالية في الصين، وللرهبان والباحثين في أوروبا القرون الوسطى. وفي سياقات مختلفة على مدار قرون عديدة تكرر الانفصال في المكانة والاحترام بين أولئك الذين يملكون قدرا كافيا من التعليم كي ينهمكوا في الرياضيات الأعلى التي تتطلب عادة مستوى معيناً من القدرة على التفكير المجرد وبين التجار والحرفيين الذين يعملون مع الرياضيات

«العامة» أو «الشائعة». مع تزايد المجتمعات من حيث التعقيد، صارت متطلباتها الرياضية أكثر تعقيدا هي الأخرى. إن القائمة الطويلة من الموضوعات التي اقترحها دي – حتى إذا كان بعضها لا داعن له تشير إلى مدى واسع من الأنشطة التي ستخدم فيها الخبرة الرياضية. هذه الموضوعات تعرف مجتمعة باسم «الرياضيات المختلطة»، وهو ما ينم عن أن «الرياضيات» كانت جزءا متكاملا من كل منها (ليس هذا مساويا في معناه لما هو مقصود بمصطلح «الرياضيات التطبيقية» الذي سيأتي لاحقا، الذي فيه تستخدم الرياضيات لتحليل موضوعات خارجة عن نطاقها) ليس هناك سبب لافتراض أن الدروس التي علمت في الصين الإمبراطورية أو في أوروبا القرون الوسطى، لم تمتد إلى مجتمعات أخرى أيضا فلا يوجد كيان معرفي واحد من المعلومات نستطيع أن نطلق عليه اسم «رياضيات»، ولكن نستطيع أن نتعرف على مناهج وأنشطة رياضية كثيرة. كما تباين مقدار ما يتمتع به كل نشاط من أهمية أو مكانة، على حسب الوقت أو المكان

(٢-٢)من الرياضي؟

أما وقد بدأنا في تحديد نطاق الأنشطة التي شكلت الرياضيات، فهل يمكننا أن نقول من ينطبق عليه وصف الرياضي ومن لا ينطبق عليه هذا الوصف؟ يوصف الأربعة جميعهم فيثاغورس ديوفانتس وفيرما ووايلز، بأنهم رياضيون، والثلاثة الأوائل منهم متوفون ذكرت أسماؤهم في عمل مرجعي قياسي هو «قاموس سير الرياضيين». ومع ذلك لم يكن لأي منهم أن يدرك كله اللقب الذي منحه فليست لدينا فكرة عل وجه الإطلاق

عن الكيفية التي كان لفيثاغورس أن يصف بها نفسه. ربما رأى ديوفانتس نفسه كممارس بحسب تعاليم «سوان شو» أو المعداد، ولكن «الحساب الأعلى» الذي يسير غور بعض الخصائص المبهمة أو الصعبة للأعداد الطبيعية. أما فيرما، على الجانب الآخر، فقد يقول عن نفسه إنه «هندسي»؛ إذ كانت الهندسة عندئذ هي الفرع الأكثر رسمية واحتراما في الفروع الأربعة، وقد ظل هذا الوصف هو الوصف القياسي للرياضي الأكاديمي في فرنسا حتى القرن التاسع عشر. أما عن الرابع، وايلز، فأعتقد أنه بلا أي تحفظ سيسمي نفسه رياضيا تحظى الرياضيات بقدر كبير من الاحترام، بل التوقير أيضا، ولكن من واقع ما قيل بالفعل في هذا الفصل، يمكن بسهولة رؤية لماذا لم تكن هذه هي الحال دوما. زعم جون من ساليسبوري في القرن الثاني عشر أن ممارسة الرياضات بمعنى التهكن بالمستقبل من أوضاع النجوم والكواكب، نشأت من تعاون مشؤم بين البشر والشياطين، وأنها مثل قراءة الكف والعرافة (تأويل أنماط طيران الطيور)، كانت مصدرا للشر. وفي عام ١٥٧٠ سجن جيرولامو كاردانو- طبيب ومؤلف لكتاب رائد في الجبر في عصر النهضة – لأنه تنبأ بخريطة البروج للمسيح، واعتقل توماس هاريوت في عام ١٦٠٥ بتهمة الاشتراك في «مؤامرة البارود»، ولم يستجوب في الأساس بشأن المؤامرة نفسها، وإنما عن حقيقة امتلاكه خريطة بروج للملك جيمس الأول مثبتة على حائطه، وفي أواخر القرن السابع عشر كتب جون أوبري عن رجل الدين الريفي ومدرس الرياضيات ويليام أوترايد، قائلا إن «أهل الريف اعتقدوا أنه يستطيع أن يستحضر الأرواح». ففي بداية أورونا الحديثة كانت ممارسة «الرياضيات» نشاطا

لا يخلو من المخاطر، سواء للممارس أم لموضوعاته المفترضة في الحقيقة إن كلمة «رياضي» بدأ استخدامها بانتظام في الكتابات الرياضية الإنجليزية فقط اعتبارا من عام ١٥٧٠ في البداية، استخدمت الكلمة أساسا للمؤلفين الأجانب، ولكن فيما بعد استخدمت في سياقين مستقلين تماما لوصف المدفعيين والمنجمين. بعد إعادة الملكية عام ١٦٦٠ بدأ استخدام الكلمة عل نحو أكثر عمومية لوصف كتاب الحساب أو الهندسة، ولكنها ظلت تصف المنجمين كذلك. في الوقت نفسه أصبحت توقعات «المنجمين الرياضيين» موضوعا منتظما للهجاء والسخرية إن الارتباط الطويل بين الرياضيات والتنجيم يساعد على توضيح لماذا فضل الاكاديميون تحاشي هذا المصطلح وعندما أسس هنري سافيل كرسيين للرياضيات في جامعة أكسفورد في عام ١٦١٩ وكانا للهندسة والفلك كانت هناك تعليمات صارمة بأن الثاني يجب يتضمن أي نشاط تنجيمي. إلى يومنا هذا تضم جامعة كامبريدج منصب «أستاذ كرسي لوكاس للرياضيات»، في حين أن المعادل لهذا المنصب في أكسفورد هو منصب «أستاذ كرسي سافيل للهندسة». وكي لا نظن أن ارتباط الرياضيات بالتنجيم كان مجرد ظاهرة أوروبية، دعونا نضع في اعتبارنا أن المصطلح الصيني الحديث للرياضيات كان يعني تقليديا دراسة الأعداد في سياق العرافة باختصار، إن «الرياضيين» على النحو الذي نفهم به المصطلح الآن، هم اختراع أوروبيحديث فعلى مدار التاريخ الطويل للنشاط الرياضي، لم يوجد رياضيون بالمعنى الحديث الإ لوهلة بسيطه

افترض أن القراء قد ينظرون إلى «الرياضيات» بوصفها تلك الموضوعات التي يدرسونها في المدرسة تحت هذا العنوان، وإلى «الرياضيين» بوصفهم أولئك

الناس الذين يستمرون في دراسة الرياضيات حتى حياتهم كبالغين لكن التاريخ يتطلب منا أن نفكر في كلا المصطلحين بعناية أكثر الخبرة أيضا تتطلب هذا فعندما اجد نفسي كمعلم في مدرسة، أقدم في يوم واحد درسا عن السب المئوية، ونظريات الدائرة، وحساب التفاضل أجد نفسي مضطر إلى أن أسأل نفسي: كيف يجتمع هذا النطاق العريض من الموضوعات غير المتشابهة تحت عنوان وحيد هو «الرياضيات»؟من المحتمل أن يتفق معظم الناس مع العبارة العامة التي تقضي بأن الرياضيات مبنية على خصائص المكان والأعداد، ولكن كيف ينظرون عندئذ إلى ألغاز السودوكو الشعبية هل هي من المساعي الرياضية أم لا لقد سمع رياضيين خبراء يؤكدون أنها كذلك،وآخرين يؤكدون – بقدر متساو من القوة – أنها ليست كذلك دعنا نعد إلى البداية. إن الكلمة الإغريقية mathemata تعني ببساطة «ما جرى تعلمه»، أحيانا بطريقة عامة وفي أزمنة أخرى ارتبطت على نحو أكثر تحديدا بعلم الفلك أو الحساب أو الموسيقى. من هذه الكلمة الإغريقية اشتقت الكلمة الحديثة mathematics وشبيهاتها في اللغات الأوروبية الأخرى، إلا أن معاني الكلمة شهدت تغيرات متعددة عبر القرون، كما سنرى باختصار. هذا من منظور وجهة النظر الأوروبية فحسب وإذا عدنا القهقري ألفا أو ألفين من السنين، قبل أن تصير الثقافة الأوروبية مسيطرة، فهل نستطيع أن نجد كلمات مكافئة لكلمتنا «رياضيات» في الصينية، أو التاميلية، أو المايانيةأو العربية؟ إذا كان الأمر كذلك، فما الكتابات والأنشطة التي غطتها هذه الكلمة؟ لبحث هذا السؤال جيدا نحتاج إلى عمل جيش من العلماء يستغرق منهم حياتهم كلها

(٢-٣) تتبع بعض معاني كلمة "سوان"

من التواريخ التي وضعها موظفو الحكومة الصينية للفترة السابقة على عام ٢٩٠ قبل الميلاد قليلا وحتى عام ٢٠٠ بعد الميلاد (حقبتي شين وهان)، من الممكن أن نكتشف أسماء ما يزيد قليلا عن ٢٠ شخصا، قيل عنهم إنهم يتسمون بالبراعة في

بعض جوانب الى «سوان» suan. حين تستخدم هذه الكلمة كأسم فإنها يمكن أن تعني مجموعة من القضبان القصيرة، المصنوعة من الخشب أو المعدن أو العاج الموضوعة على سطح مستو لتسجيل الأعداد في حساب، ويمكن أيضا أن تستخدم كفعل يصف عملية استخدام القضبان. هنا إذن دليل على نشاط رياضي، ولكننا ما زلنا لا نعلم كثيرا جدا ما لم نكتشف أي نوع من الحسابات تلك التي كانت تنفذ الكثير من أصحاب المهن المذكورين في السجلات الرسمية يبدو أن «سوان» كانت مرتبطة عن كثب بالنظم الفلكية أو التقويمية المعروفة باسم «لي» li لقد استخدمت كل مجتمعات ما قبل العصر الحديث أوضاع الشمس والقمر والكواكب لتعيين الأزمنة الملائمة وتواريخ الشعائر الدينية أو زراعة المحاصيل وهكذا كان من يستطيعون أن يتكهنوا تكهنا صحيحا بالبيانات الفلكية، ملازمين للحكام وللحكومات. وهكذا ارتبط كل من «سوان» و«لي» على نحو متكرر في تواريخ الصين الإمبراطورية المبكرة. لكن تظهر السجلات نفسها أيضا أن «سوان» كانت وثيقة الصلة بأمور أرضية كثيرة، مثل حساب الريح وتوزيع الموارد في السنوات الأولى من ثمانينيات القرن العشرين اكتشف مصدر تاريخي جديد يخص فترة ما حول عام ٢٠٠ قبل الميلاد، وهو يلقي مزيدا من الضوء على فائدة ال «سوان» في ذلك الوقت. النص معروف باسم «سوان شو شو» suan sha sha، وهو تصوير منقوش على ١٩٠ قضيبا من الخيزران، يبلغ طول كل واحد منها حوالي٣٠ سنتيمترا، كانت في الأصل متصلة بعضها ببعض بواسطة خيط معقود، بحيث يمكن أن تلف مكونة ما يشبه الحصيرة. الكلمة الأخيرة shia تعني «كتابات» أو أحيانا «كتاب» أما الكلمة الوسطى shu فيمكن ترجمتها على نحو فضفاض إلى «عدد»؛ لكن الأكثر ملاءمة لأغراضنا اهو معنى التركيب ككل. يحتوي النص على نحو ٧٠ مسألة مع إرشادات لحلها وهذه تتضمن ضرب الأعداد الصحيحة والكسور وتقسيم الأرباح تبعا للمبالغ التي ساهم بها المشاركون المختلفون والسماح بفاقد في إنتاج السلع وحساب التكلفة الكلية من قيمة الكمية المعطاة، وحساب الضريبة وإيجار كميات المقادير المختلفة داخل خليط وتحويل

كمية من المواد الخام إلى عدد من المنتجات النهائية، وفحص الأزمنة المستهلكة في رحلة، وحساب الحجوم والمساحات، وتحويل الوحدات. وهكذا فإن الجزء الأكبر من مسائل نص «سوان شو شو» مبني على الأنشطة والمعاملات اليومية. وهو مكتوب بأسلوب مباشر تماما فلكل مسألة يضع الكاتب السؤال» و«النتيجة» و«الطريقة». إليك مثالين على «مسائل الرسوم الجمركية» (يمر ثعلب وقط بري وكلب خلال مخفر رسوم جمركية، وقد قدرت الرسوم الجمركية ب ١١٤ عملة نقدية. يقول الكلب للقط البري، ويقول القط البري للثعلب: «قيمة جلدك تساوي ضعف قيمة جلدي، يجب أن تدفع ضريبة ضعف ما أدفع!» السؤال: كم يكون المبلغ المدفوع في كل حالة؟ النتيجة: يدفع الكلب ١٥ و عملة، ويدفع القط البري ٣١ عملة، ويدفع الثعلب ١٣ عملة وثلاثة أجزاء من العملة الطريقة: دع كل واحد منها يدفع ضعف الآخر وضمها في الحساب القسمة، واضرب كلا منها بقيمة الرسوم الحساب حصة كل واحد، واحصل في كل مرة على الحصة الملائمة للقسمة ومن الأمثلة الأكثر عملية:

يحمل رجل حبوبا مقشرة لا نعلم مقدارها ويمر على ثلاثة مخافر جمركية يأخذ كل مخفر رسما مقداره ١ من كل ٣ بعد المغادرة كان لديه ١ «دو» من الحبوب المقشرة. السؤال: كم أحضر من الحبوب المقشرة في البداية؟ النتيجة: أحضر من الحبوب المقشرة ٣ «دو» و «شينج». الطريقة:

ابدأ بالرقم ١ ثم ضاعفه ثلاث مرات لحساب القاسم. مرة أخرى ضع ١ «دو» من الحبوب المقشرة وضاعفه ثلاث مرات، ثم ضاعفه ثلاث مرات مجددا، ثم اضرب في عدد مرات المرور لحساب الحصة

الإجابتان صحيحتان، لكن وصفي «الطريقة» ليس واضحا جدا، ومن المحتمل أن المقصود منهما كان التوضيح الشفهي بالأساس. إن التعليمات المعطاة خاصة بالأعداد المذكورة في السؤال المطروح فقط، لكن أي قارئ متمن سيكون قادرا على تكييفها لأية مسألة مشابهة بمعنى أن المسألتين تزدان بتقنية عامة ومع ذلك

من غير المتوقع في النص أن يكون القارئ قادرا على فهم المنطق الكامن خلف الطريقة فقط يفترض به أن يكون قادرا على تطبيقها تظهر مسائل مشابهة أخرى في نص متأخر بعنوان «جيو زانج سوان شو»، بمعنى كتابات عن «سوان شو»، في تسعة فصول، والمعروف عموما في الإنجليزية باسم «الفصول التسعة».

تظهر التواريخ الرسمية أن النص استخدم في بداية القرن الثاني بعد الميلاد، لكن شأن كتاب «العناصر» لإقليدس الذي وضع قبل ذلك بثلاثة أو أربعة قرون، فإننا لا نملك أية معلومات عن المؤلف أو عن عملية إنشاء «الفصول التسعة»، أو عن النص الأصلي. إن النسخة الوحيدة التي وصلتنا هي تلك التي منحنا إياها ليو هوي عام ٢٩٣ بعد الميلاد. وحتى تشخ ونشر محتويات «سوان شو شو» في عام ٢٠ فإن «الفصول التسعة» كانت أقدم نص شامل مكرس لشرح ال«سوان» ولهذا فإن اكتشاف «سوان شو شو» لم يمكننا من إجراء مقارنات نصية مهمة فحسب، بل قدم للمؤرخين معلومات أعمق كثيرا عن استعمالات وفوائد ال «سوان في السنوات المبكرة للصين الإمبراطورية. واضح حتى من هذا السرد الموجز أن كلمة «سوان» لم تكن مرتبطة بأي موضوع أساسي يمكن أن تضمه الكلمة المفردة «رياضيات». بدلا من ذلك، فإنها كانت تشير إلى تقنيات ومهارات يمكن أن تستخدم في نطاق من السياقات من تطبيقات ال «لي»، إلى الحسابات الفلكية المطلوبة في البلاط، إلى حسابات ال «سوان شو» الأكثر عملية. والآن إذاتحولنا إلى الغرب اللاتيني، فهل يمكننا أن نجد مدى مشابها للممارسات المرتبطة بكلمة رياضيات»؟

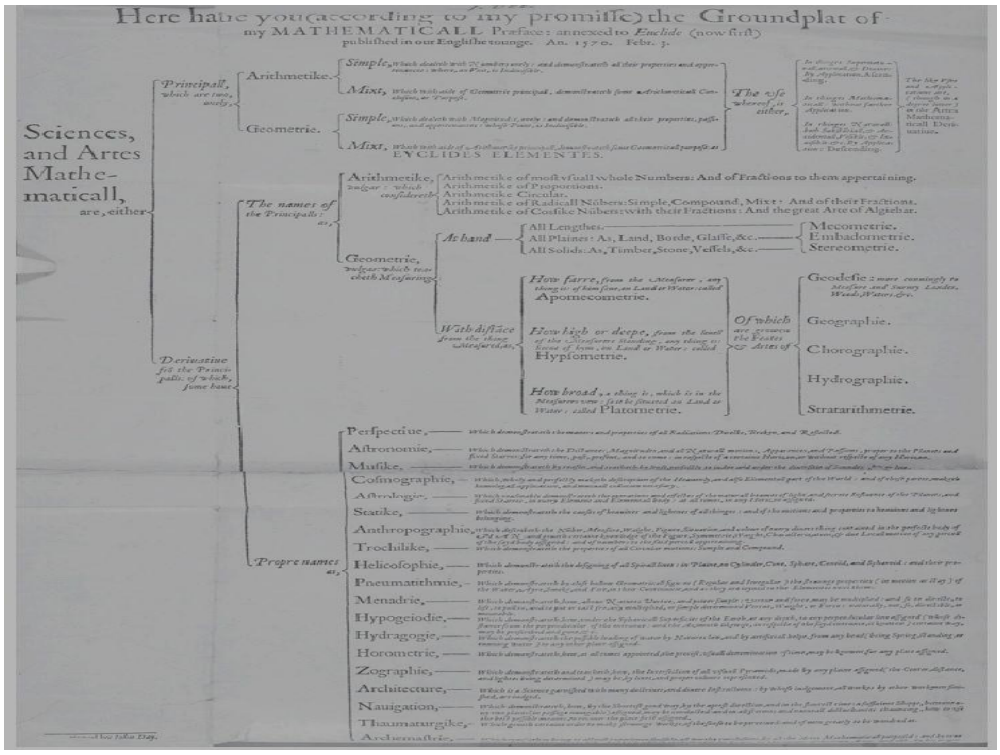
(٢-٤) تتبع بعض معاني كلمة "الرياضيات"

نحو عام ١٠٠ بعد الميلاد سرد الكاتب الروماني نيقوماخس أربعة أنظمة تتعلق بالتعددية والمقدار وهي: الحساب، والموسيقى، والهندسة، والفلك. في نظر نيقوماخس كان الحساب – حساب التعددية (أو الأعداد) – والهندسة (دراسة

المقادير)، هما الأكثر جوهرية، بينما كانت الموسيقى تمثل علم علاقة التعدديات بعضها ببعض، وكان الفلك يعالج المقادير أثناء الحركة. وبعد أربعة قرون وصف الفيلسوف بوثيوس هذه الأنظمة مجتمعة باسم «الرباعية»، وإلى جانب «ثلاثية» المنطق والنحو والبلاغة تكونت الفنون العقلية السبعة لمنهج الدراسة الأكاديمية في القرون الوسطى. وقد كتب بوثيوس نفسه رسائل عن الحساب والموسيقي درست في الجامعات الأوروبية في القرون الوسطى،وتنب بعض الكتابات في الهندسة إليه أيضا، ولكن مؤلفها الحقيقي غير مؤكد إذ إن بوثيوس مثل فيثاغورس أصبح إلى حد ما رمزا أسطوريا يمكن أن تنسب إليه أعمال لاحقة. يظل الحساب والهندسة في القلب من الرياضيات (فهما نشاطان، كما نتذكر،تمارسهما كل من إيرين وتاتيانا)، ولكن اتخذ الفلك والموسيقى الآن طريقيهما المنفصلين. جاء الانفصال في القرن السابع عشر عندما تزايدت صعوبة التوفيق بين النظرية الرياضية والممارسة الموسيقية، وعندما ناضل علم الفلك ليحرر نفسه من ارتباطه الطويل بالتنجيم، ليصبح موضوعا جديرا بالاحترام في حد ذاته. على أية حال في عصر النهضة كان تقسيم نيقوماخس الرباعي محدودا بدرجة كبيرة، جعلته لا يلائم الأنشطة الرياضية الجديدة المتعددة، التي كانت آخذة في الظهور استجابة للنمو السريع في الثروة والتجارة والانتقال. وقد وضع جون دي، في مقدمة للترجمة الإنجليزية الأولى لكتاب «العناصر» لإقليدس عام ١٩٧٠، خريطة عظمى للفنون الرياضية والعلوم (انظر الشكل ٢-١). يظل الحساب والهندسة المكونين الأساسيين، إلا أن الهندسة – التي كانت إلى وقتها مقتصرة على الإجابة عن الأسئلة: «كم يبعد؟» و«إلى أي ارتفاع أو عمق؟» و كم عرض؟» – أدت إلى مولد كل من «الجغرافيا»، و«وضع الخرائط»،

و«الهيدروغرافيا»، ومجالا يسمى «حساب الطبقات» علاوة على هذا، هناك قائمة طويلة من الموضوعات التي تعتبر «مشتقات» من الحساب والهندسة منها الفلك والموسيقى وأشياء أخرى كثيرة. ستكون لدى القارئ الحديث فكرة ما عما يسمى «الرسم المنظوري»و«الكوزموغرافيا» و«التنجيم» و«الاستاتيكا» و«فن

العمارة» و«الملاحة»، ولكن بوصفه قارئا معاصرا، لن يكون على ألفة بفروع مثل «الأنثروبوغرافيا، و« علم خواص الغازات» و«إتقان العلوم التطبيقية» وغيرها من فروع التعلم غير الشائعة. وفي الحقيقة، إن غموض مادة الموضوع والتقاسيم الدقيقة تحت العناوين الفرعية والعناوين الفرعية للعناوين الفرعية، تقترح أن تصنيف دي-مثل مخطط نيقوماخس أو بوشيوس الأسهل كثيرا – كان تمرينا فلسفيا أكثر منه تقسيما حقيقيا أصيلآ لتطبيقات عملية موجودة.



شكل ٢-١الخريطة العظمى التى وضعها جون دي في مقدمتة لكتاب العناصر الإقليدس ١٥٧٠

كيف لنا إذن أن نعرف على وجه الدقة مم تكون النشاط الرياضي في أوروبا الغربية خلال القرون ما بين عام ٥٠٠ و ١٠٠٠ ميلاديا؟ هل يمكننا أن ننفذ نوع دراسة « الرياضيات» نفسه كما فعلنا في حالة إلى «سوان»، مكتشفين معاني الكلمة عن طريق اختبار سياقات النصوص التي استخدمت فيها؟ هناك نصوص

كثيرة جدا باقية من أوروبا الغربية، في هذه الفترة، أكثر من تلك التي جاءتنا من الصين الإمبراطورية الممعنة في القدم لذا يستحيل عمل مسح كامل لها ولكن كمعالجة أولى سنفحص تاريخا رياضيا ألفه العالم الهولندي يوهان جيرارد فوسيوس صاحب كتاب «دي ساينتيماتيماتيكيس» (الرياضيات العلمية)، الذي نشر في أمستردام عام ١٩٤٩ وذلك على النحو الذي يرتبط به بالكتاب الإنجليز قد يبدو غريبا أن نرجع إلى عالم هولندي كي نأخذ معلومات عن التاريخ الفكري البريطاني، لكن معظم ما أورده فوسيوس عن المؤلفين البريطانيين كان مبنيا على العمل المبكر الذي أجراه دارس الأثريات القديمة البريطاني جون ليلاند. في عام ١٥٣٣، قبل حل الأديرة بقليل كلف هنري الثامن ليلاند ببحث المكتبات والكليات في المملكة ووضع قائمة بمحتوياتها. وعلى مدار السنتين أو السنوات الثلاث التالية وضع ليلاند قائمة بمحتويات نحو ١٤٠ مؤسسة دينية، وقد أحزنه كثيرا التبديد اللاحق بها وفقدان الكتب وفي عام ١٥٣٦ اشتكي إلى توماس كروموبل أن «الجرمان يدركون تراخينا وإهمالنا ويرسلون يوميا باحثين شبانا إلى هنا يلفون المكتبات ويمنعون شبابنا عنها. لقد قدم ليلاند آخر وأكبر تقرير شامل عما احتوته المكتبات، وقد انتوي أن يصنف معجما عن الكتاب البريطانيين، يحتوي على نحو ١٠٠ مدخل لكن من المحزن أنه أصيب بالجنون قبل أن يكمله تماما. ومع ذلك فإن عمله النفيس قد قره مؤرخون آخرون، واعتمد عليه عدد كبير من الكتاب المتأخرين، منهم فوسيوس، بطريقة مباشرة أو غير مباشرة. كان أول كاتب إنجليزي ذكره فوسيوس هو بيد، الذي كتب نحو عام ٧٥٠ ميلاد وادرج تحت كل من «الفلك» و«الحساب». إن بيد الذي أنفق معظم حياته في دير في جارو يقع في شمال غرب إنجلترا، معروف جيدا كمعلق على الإنجيل، وكمؤرخ كنسي، لكن قليلين الآن قد يعدونه من الفلكيين إلا أن ثمة كتابات منسوبة إليه عن القمر ودوراته، وتاريخ عيد الفصح، والكواكب، ودائرة البروج واستعمال الأسطرلاب، وحساب الاعتدالين الربيعي والخريفي. ربما يكون بعض هذه الكتابات قد نسبه خطأ معلقون متأخرون إلى بيد، ولكنه كان على وجه القطع مهتما تماما بتاريخ

عيد الفصح، الذي كان يماثل في أهميته للمسيحيين تعيين وقت الانقلاب الشتوي للأباطرة الصينيين القدماء. لم يكن هذا الحساب سهلا إذ يجب أن يأتي عيد الفصح في أول يوم أحد بعد القمر المكتمل (البدر) التالي للاعتدال الربيعي، وهكذا تطلب الحساب الصحيح لهذا التاريخ فهم كلتا الدورتين القمرية والشمسية، اللتين ليستا مرتبطتين بالطبع. إن وجود تقليدين مسيحيين في شمالي إنجلترا –الأيرلندي والروماني أدى إلى تاريخين متعارضين، وكل هذا الموقف في النهاية في مجمع ويتبي الكنسي في عام ٦٦٤ ربما لم ينف بيد الحسابات الضرورية بنفسه، لكنه عرف كل العناصر ذات الصلة. أصبح الحساب المتعلق بالأزمنة الكنسية في النهاية معروفا باسم «حساب موعد عيد الفصح»، وظل أساسيا خلال حقبة القرون الوسطى. لم يظهر بعد بيد وتابعه لكوين أي اسم إنجليزي آخر في بيان فوسيوس لأكثر من أربعة قرون، إلى أن يقابلنا أديلارد من باث نحو عام ١١٣٠ الذي يبدو أنه سافر إلى أرجاء فرنسا وصقلية وسوريا، وكان واحدا من أوائل مترجمي أجزاء من كتاب «العناصر» لإقليدس من العربية إلى اللاتينية، وقيل أيضا إنه كتب عن الأسطرلاب. في القرنين الثالث عشر والرابع عشر بدأت أسماء (وتواريخها المفترضة) في الظهور في تواتر متزايد كلها تحت فئتي «الفلك» و«التنجيم»؛ مثل: جون ساكروبوسكو (١٢٣٠) الذي ظلت كتاباته عن الأرض وموقعها عن الكون جزءا أساسيا من منهج الدراسة الجامعية لأربعة قرون وروجر بيكون (١٢٥٥) الذي وصف بأنه منجم ووالتر أودمنيجتون (١٢٨٠) الذي قيل إنه كتب عن حركة الكواكب؛ وروبرت هولكوت (١٣٤٠) من نورث هامبتون، الذي قيل إنه كتب عن حركة النجوم؛ وجون إيستوود (١٣٤٧) المنجم ونيكولاس لين(١٣٥٥) المنجم وجون كيلنجوورث (١٣٦٠) الفلكي وسايمون بريدون (١٣٤٦) الذي قيل إنه كتب في الطب والتنجيم والفلك وجون سومر (١٣٩٠) المنجم، وغيرهم. بعد ذلك بدأت الأسماء في القرن الخامس عشر في الاضمحلال مرة أخرى. من الواضح أن دراسات الفلك والتنجيم كانت في أوجها في القرن الرابع عشر، وربما كانت الصدمة المرعبة التي سببها الموت الأسود في

عام ١٣٤٨ أحد العوامل المساعدة في ذلك. كثير من هؤلاء المذكورين ينتمون إلجماعات دينية من الفرانسيسكان والدومينيكان والكارميليت، كثيرون أيضا كانوا مرتبطين بأكسفورد، وخاصة بكلية مرتون، وبعض كتاباتهم محفوظة إلى اليوم في مكتبات أكسفورد، وكلهم عبروا الحدود الغائمة والتنجيم مرارا وتكرارا. على النقيض من هذه الكوكبة من الفلكيين، لم يظهر أي كتاب إنجليز في فصول فوسيوس عن الموسيقى، أو الضوء، أو الجوديسيات، أو الكوزمولوجيا، أوالكرونولوجيا،أو الميكانيكا، ولم يذكر سوى اسمي جرفيز من تيلبوري وروجر بيكون تحت الجغرافيا كراسي خرائط. وهكذا بالنظر إلى الوراء من منظور القرن السادس عشر، نجد أن الكتابات الرياضية في إنجلترا القرون الوسطى كان يتسيدها «حساب موعد عيد الفصح» والتنجيم. لكن في مناطق أخرى من أوروبا ، تبدو الصورة مختلفة على سبيل المثال، في إيطاليا – التي تقع في القلب من منطقة غربي البحر المتوسط كانت التجارة أكثر انتشارا وأكثر تعقيدا منها في شمالي أوروبا. وقد شهد القرن الثالث عشر تأسيس مدارس لتعليم الأطفال العد، وتمرين الصبيان على الحسان التجاري، وحتى القليل من الجبر البدائي (حل بعض المعادلات الأساسية). كان المتن الأساسي كتاب «ليبر آباكي» لمؤلفه ليوناردو

من بيزا، الذي غرف أيضا فيما بعد باسم «فيبوناتشي». ويحتوي «ليبر آباكي» على مئات المسائل التجارية، إليك اثنتين منها: كون أربعة رجال شركة، دفع الأول ثلث التكلفة كلها، ودفع الثاني ربعها، ودفع الثالث خمسها، ودفع الرابع سدسها، وكان الربح ٦٠ وحدة، ما نصيب كل منهم من الربح؟ هذه المسألة في حقيقتها هي المسألة نفسها حين نقول إن أربعة رجال اشتروا خنزيرا مقابل ٦٠ وحدة، ويريد الأول ثلث الخنزير، ويريد الثاني ريعه، والثالث يريد خمسة، والرابع و سادسه وقد أشار ليوناردو نفسه إلى وجهين لهذه المسألة، وهي مكافئة من الناحية الرياضية لمسألة الثعلب والكلب والقط البري التي وردت في «سوان شو شو». المسألة التالية تعكس شؤن إيطاليا المعاصرة وقتها، وهناك مئات من الأسئلة النموذجية عن تحويل العملات أو المواد. في الوقت نفسه، إنها تظهر أنه

بعد ديوفانتس بنحو عشرة قرون، كان هناك نوع آخر من الحساب ها زال مزدهرا في الإسكندرية. أيضا إذا كان ثمن ١١ لفة قماش جنوية تساوي ١٧ قيراطا في الإسكندرية، فكم يكون ثمن ٩ لفات فلورنسية؟ بما أن ١١ لفة جنوية و٩ لفات فلورنسية ليس لها عدد وحدات الوزن نفسه، فستصنع لفات فلورنسية تعادل ١١ لفة جنوية، أو تصنع لفات جنوية تعادل ١١ لفة فلورنسية بحيث تصبح كلتاهما إما لفات فلورنسية وإما لفات جنوية، ولكن لأنك تستطيع بسهولة أن تصنع لفات فلورنسية، فإن كل لفة جنوية ستساوي ٢ لفة فلورنسية، وستضرب اللفات الجنوية في ٢ لتحصل عل ٢٣ لفة فلورنسية على الرغم مما تلقوه من تعليم، لم ير فوسيوس ومصادره في شمالي أوروبا كتاب «ليبر آباكي»، بل سمع عنه فوسيوس فقط من خلال الشائعات، وحدد تاريخه خطأ بفارق قرنين. إن النشاط الرياضي يمكن أن يكون محليا تماما. أيضا كانت الرياضيات مرتبطة بزمنها ففي حقبة العصور الوسطى كان معظم العناوين التي اخترعها لاحقا دي وفوسيوس غير ذات فائدة بدرجة كبيرة، عل الأقل في إنجلترا. وفي نهاية القرن السادس عشر، عندما دخلت بريطانيا أيضا العالم الأكثر اتساعا، لم تعد هذه هي الحالة. إن توماس هاريوت، الذي باشر أبحاثه نحو عام ١٦٠٠ترك كتابات عن الضوء والمقذوفات والكيمياء والجبر والهندسة والملاحة والفلك. وفي خلال ذلك الوقت، نشر معاصره سايمون ستيفن في هولندا سلسلة موضوعات شبيهة، ولكن بدلا من الملاحة كتب في مسائل أخرى أوثق صلة (به) مثل الأقفال والصمامات. إن حساب موعد عيد الفصح والتنجيم أفسحا الطريق لصالح الأنشطة الرياضية الخاصة بنظام عالمي جديد.

فصل الثالث

تعلم الرياضيات

الحقائق التي يسهل إغفالها أن الشريحة الأكبر من ممارسي الرياضيات في المجتمع الحديث ليست مؤلفة من البالغين، ولكن من تلاميذ المدارس. وفي أي مكان في العالم، من المرجح أن يقضي الطفل المحظوظ بما يكفي كي يتلقى تعليما وقتا لا بأس به في تعلم الرياضيات، وفي البلاد المتقدمة، يقدر هذا الوقت بنحو ساعتين أو ثلاث في كل أسبوع دراسي، لمدة عشر سنوات أو يزيد. في ضوء هذا، ليس من قبيل الدهشة أن نتذكر أن تضمين الرياضيات في مناهج الدراسة هو ظاهرة حديثة؛ ففي نحو عام ١٦٣٠، عل سبيل المثال، لم يكن جون واليس أستاذ كرسي سافيل الهندسة في أكسفورد قد تعلم الذي شغل فيما بعد منصب الحساب في المدرسة ولا في كامبريدج، ولكن من أخيه الأصغر الذي كان يدرس بغرض العمل في التجارة، وبعد ثلاثين عاما كان صامويل بيبس – العالي الذكاء والثقافة، الذي درس أيضا في كامبريدج، وكان عضوا في مجلس الأسطول يكافح حتى يتعلم جداول الضرب. وعلى الرغم من ذلك، كان تمرير المعرفة الرياضية إلى قلة على الأقل من الجيل التالي يعتبر عملا مهما في معظم المجتمعات المتحضرة. من شأن دراسة ما كان يجري تدريسه، والكيفية التي كان يجري تدريسه بها، يخبرنا الكثير عن جوانب الرياضيات التي كانت تعتبر ملائمة، والأغراض التي كانت تهدف إليها. في هذا الفصل سنتناول حالتي دراسة، لدينا وثائق جيدة نسبيا عنهما:

فصل مدرسي في نيبور في جنوبي العراق، في وقت سابق عل عام ١٧٤٠ قبل الميلاد، واخر في أكاديمية جرينرو في مقاطعة كمبريا بشمال إنجلترا بعد عام ١٨٠٠ ميلاديا بقليل.

(٣-١) لماذا تتعلم الرياضيات من الأساس؟

في ضوء الكمية الهائلة من الطاقة البشرية التي بذلت عل امتداد قرون في تعليم الرياضيات وتعلمها، قد يبدو من المستغرب قليلا أن نسأل: «لماذا؟» إلا أن الإجابات عن هذا السؤال اختلفت اختلافا كبيرا عل مر الزمن. إن النصوص السومرية التي ترجع إلى الألفية الثانية قبل الميلاد، توضح أن القدرة على القراءة والكتابة والتعامل مع العداد الأساسية للإدارة القوية للمجتمع، على الرغم من أن هذا ربما يبدو إلى كانت من الأمور حد ما أمرا مثاليا بعيد المنال، في نظر الأولاد الجالسين عل المقاعد الطويلة الضيقة في أفنية المنزل F وبعد ألفي عام، كان أولاد في أعمار مقاربة يتعلمون في مدارس المعداد في إيطاليا القرن الثالث عشر مثل نظرائهم البابليين القدماء – كيفية التعامل مع الأعداد، واوزان والمقاييس، ولكن لأسباب مختلفة؛ فليس الهدف هو صالح المجتمع ككل، وإنما أن يكونوا أفرادا أكثر قدرة عل إجراء المعاملات التجارية التي من المتوقع أن ينخرطوا فيها. وتظهر مرة أخرى قيمة المهارات الرياضية للأفراد في مقدمة الكتاب «الطريق إلى المعرفة» لروبرت ريكورد، بما فيه من قائمة طويلة للحرف المميزة والمهن التي تتطلب معرفة بالهندسة لكننا نلمح في كتابات ريكورد سببا آخر فوق ذلك لدراسة الرياضيات؛ الا وهو شحذ الذاكرة، وجعل العقل أكثر تيقظا. لم يكن ريكورد أول من أوصى بهذا؛ فهناك بعض المسائل الرياضية الصعبة تنسب إلى المعلم ألكوين في القرن الثامن، وعنوانها «مسائل ألكوين لشحذ عقل الشباب».

واستمرت منذ ذلك الحين فكرة أن الرياضيات يجب تدريسها من أجل تحسين قدرة المرء العقلية، شأنها شأن اللغة اللاتينية أو اليونانية. فعل أي حال، الرياضيات مطلوبة للحياة اليومية العادية أساسا للحفاظ على الوقت والحساب، ومن المحتمل أن أغلب الناس يكتسبونها بنهاية مرحلة الطفولة. قلة من الناضجين هم من يحتاجون إلى استخدام نظرية فيثاغورس أو حل معادلات الدرجة الثانية، أو تنصيف زاوية، ولكن الجميع تقريبا تعلموا ولو مرة أن يفعلوا هذا. يرى البعض، وأنا منهم، أن تعلم لغة أجنبية أو دراسة التاريخ لهما الأثر نفسه من حيث تشجيع

تنمية وتطوير الذاكرة والتفكير والاستنتاج والتحليل، ولكن مثل هذه الموضوعات لم تكتسب قط مقام الرياضيات، وهي في الوقت الحاضر موضوعات اختيارية أكثر منها موضوعات إجبارية في مناهج المدارس البريطانية. ربما كانت الأغلبية المطلقة للرياضيات هي التي جعلتها ذلك الجزء المتكامل من كل تعليم حديث للطفل. أيضا من الثابت أن كل من يريدون الوصول إلى أقصى تخوم الموضوع عليهم مثل الموسيقيين الشباب أن يبدءوا من صغرهم وأن يتدربوا بأنتظام

(٣-٢) التعليم الذاتي

حتى قرنين ماضيين من الزمان لم يتلق اي نوع من التعليم الرياضي سوى عدد قليل من الفتيات في أي مكان في العالم وحتى بالنسبة الى الفتيان فإن تعليم الرياضيات الإجباري يعد ظاهرة حديثة نسبيا. وفي إنجلترا في القرن السابع عشر، كما رأينا في حالة واليس وبيبس، كان من الممكن إكمال الدراسة العادية والجامعية حتى نهايتها دون تعلم الكثير من الرياضيات؛ ولهذا كان أولئك الذين يتمتعون باستعداد خاص أو ميل للموضوع في أحوال كثيرة، يعلمون أنفسهم تعليما ذاتيا بالأساس. هذه كانت حالة فيرما، الذي تعلم بعضا من أكثر الرياضيات تقدما في زمنه، من كتب امتلكها والد صديقه إتيان ديسبانيه في بوردو. هذه أيضا كانت حالة إسحاق نيوتن، أحد أعظم الرياضيين في القرن السابع عشر؛ ربما تعلم نيوتن شيئا من الرياضيات الأولية في مدرسته المتوسطة في جرانثام في لينكونشير، ولكنه تعلم أكثر كثيرا جدا من خلال قراءته الذاتية كطالب في كامبريدج في ستينيات القرن السابع عشر؛ وبعد سنوات عديدة وصف لصديق له كيف أنه قرأ هندسة ديكارت، التي أعيد نشرها باللاتينية قبل ذلك بسنوات قلائل. كثير من الناس يدركون صعوبة قراءة أي نمط رياضي جديد غريب، وقلة قليلة منهم سيضاهون نيوتن في عناده وإصراره الذاتي الدافع. لقد اشترى كتب هندسة ديكارت وقرأها بنفسه، وعندما كان ينتهي من صفحتين أو ثلاث صفحات، لم يكن يستطيع أن يفهم أبعد من ذلك، عندئذ فإنه كان يبدأ مرة أخرى وينتهي بعد ثلاث أو أربع صفحات أبعد، إلى أن ينتهي إلى موضع صعب آخر، وعندئذ يبدأ مرة ثالثة

ويتقدم إلى موضع أبعد، ويستمر في عمله إلى أن يتقن فهم كل ما قرأه. نحن نعلم من مخطوطات نيوتن الباقية أنه تقدم بطريقة شبيهه في نصوص معاصرة أخرى، وأنه عمل على المادة التي وجدها فيها ليبتكر رياضيات تجاوزت كثيرا ما أنتجه أي من سابقيه.وفي القرن السابع عشر، وإلى حد ما في القرن الثامن عشر، كان الشخص الذي لديه دافع كاف، لا يزال يستطيع أن يقرا ويتعلم من معظم ما كان موجودا من الأدبيات الرياضية المكتوبة. وحتى في بداية القرن التاسع عشر،تمكنت صوفي جرمين من تعليم نفسها بعضا من أهم الرياضيات المتقدمة في زمنها، ولكنها كانت تنتمي إلى آخر جيل كان هذا الأمر ممكنا بالنسبة إليه. وبحلول القرن العشرين، لم يعد ذلك ممكنا إلا لعباقرة ذوي مواهب رياضية ممتازة تماما مثل رامانجن؛ الرياضي الهندي الذي علم نفسه. أما أندرو وايلز، فإنه بالتأكيد لم يعلم نفسه؛ إذ انتظم لسنوات عديدة في التعليم الرسمي وحتى أكثر الموهوبين في الرياضيات يحتاج الآن لهذه السنوات من الدراسة للتعرف الى بعض المسائل والتقنيات والاصطلاحات في هذا الفرع من المعرفة. إن الرياضيين «الهواة»، عندما كان بمقدور أي شخص تقريبا أن يصوغ مسالة فاصلة مثل نظرية فيرما الأخيرة، قد ولى زمنهم منذ بعيد. ومع ذلك، فإنه من حين إلى آخر، يستمر الكتاب في ابتكار روايات خيالية عن أفراد تمكنوا من تعلم الرياضيات من كتابات شخص اخر، وكانوا جيدين بدرجة كافة لفهم أعماله والتوسع فيها. إحدى هذه القصص هي «السيدة أينشتاين»، ومؤلفتها آنا ماكجريل، واخرى مسرحية أحدث بعنوان «برهان» لمؤلفها ديفيد أوبورن؛ في كلتيهما كانت البطلة أبنة لعالم رياضيات (رأينا هذه الصورة سابقا في الحياة الواقعية) تمكنت من تعليم نفسها إلى مستويات عالية للغاية بفضل أعمال والدها. لكن للأسف، حقيقة الرياضيات الحديثة هي أن مثل هذه الأعمال الفذة صارت الآن غير ممكنة تماما.

(٣-٣) فصل مدرسي بابلي

كانت مدينة نيبور القديمة التي كانت تقع في أهوار الفرات بين مدينتي بغداد والبصرة الحاليتين – مركزا دينيا مهما، وبنيت حول معبد مخصص للإله إنليل. ومثل الأديرة في أوروبا العصور الوسطى فيما بعد، كانت معابد بابل تتلقى هبات مادية، وأراضي وعمالة وهكذا احتاجت الى كتاب المتمرسين يمكنهم أن يتولوا الحسابات المكتوبة. وكان الأطفال الذين قدر لهم امتهان هذه المهنة، التي كان يجري توارثها على الأرجح في العائلات، يبدءون تدريبهم مبكرا. ثمة منزل صغير من الطين والآجر في نيبور، يعرف الآن باسم «المنزل F»، يبدو أنه ربما كان إحدى المدارس المتعددة لتعليم الكتابة في المدينة. بني المنزل ٣ بالقرب من معبد للإلهة إنانا، في وقت تال لعام ١٩٠٠ قبل الميلاد، واستخدم كمدرسة قبل عام

١٧٢ قبل الميلاد بزمن وجيز. ومثل كل المنشآت من الطين والآجر، احتاج إلى الصيانة المنتظمة، وبعد التوقف عن استعماله كمدرسة، أعيد بناؤه للمرة الرابعة أو الخامسة في هذه العملية استخدم البنائون مئات الألواح المدرسية المهملة وأدمجوها في أرض الحجرات والحوائط، وأثاث المنزل الجديد. كما وجدت ألواح أخرى مدمرة جزئيا مختلطة مع كميات كبيرة من الطمي غير المستعمل في صناديق. عندما كان المنزل ٣ يستخدم كمدرسة، كان مقسما إلى ثلاث حجرات داخلية أو أربع، وفناءين، واحتوى الفناءان على مقاعد طويلة وصناديق. للأسف لا نعرف أسماء الطلاب أو أعمارهم، الذين ربما لم يتواجد أكثر من واحد أو اثنين منهم في الوقت نفسه، ولا نعرف عدد المرات التي كانوا يأتون فيها للدراسة أو مدة الدراسة نفسها؛ ومع ذلك، فإن طريقة استخدامهم للألواح مكتث متخصصي الكتابة المسمارية من إعادة بناء مناهجهم الدراسية كثير من ألواح المنزل ٣ كان مسطحا من أحد الجانبين (الوجه)، ومستديرا قليلا من الجانب المعاكس (الظهر). يحتوي الجزء الأيسر من الوجه على نص نموذجي كتبه مدرس، بينما كتبت نسخة التلميذ على الجانب الأيمن. يحتوي الظهر المستدير للوح على فقرات أطول من مادة درست قبل ذلك، أعيدت كتابتها بغرض التدريب، أو ربما كأختبار للذاكرة.

ومن نحو ألف وخمسمائة لوح من نيبور من هذا النوع، كل واحد يحتوي على مادة «أقدم» وأخرى «أحدث»، استطاع نيك فيلدهويس في تسعينيات القرن العشرين أن يستخلص نظاما متسقا للمناهج الأساسية، بداية من تقنيات الكتابة الأساسية وانتهاء ببدايات اللغة السومرية الأدبية. وبعد أن طبقت إليانور روبسون التقنية ذاتها على نحو مائتين وخمسين لوحا مشابها من المنزل F، استطاعت عمل الشيء نفسه مع منهج الدراسة في المنزل F؛ ومن ثم اكتشفت موضع الرياضيات داخله. كانت خطوات الطالب الأولى هي تعلم التقنيات الصحيحة لكتابة العلامات المسمارية، ومزجها معا لتشكيل أسماء شخصية. بعد ذلك كانوا يتعلمون الكلمات المكتوبة من خلال قوائم للكلمات، مبتدئين بالأشجار والأشياء الخشبية؛ ثم القصبات، والآنية، والجلد، والأشياء المعدنية؛ ثم الحيوانات، واللحوم، والأحجار، والنباتات، والأسماك، والطيور، والثياب، وهكذا دواليك. يقدم للتلميذ بعض المفردات الرياضية، مع مقاييس لسعة القوارب، وأوزان الأشجار والأحجار، وأطوال قصبات القياس. تظهر وحدات المقاييس والموازين الأخرى أيضا في قوائم مخصصة للأوزان والمقاييس فيما بعد ذلك، كان من المتوقع من الطالب أن يحفظ عن ظهر قلب قوائم أعداد عكسية (أزواج أعداد تضرب حتى العدد ٦٠)، وأكثر من عشرين جدول ضرب قياسيا. إن قائمة الأعداد العكسية، على سبيل المثال، يمكن أن تبدأ على النحو التالي:

٣٠ ٢

٢٠ ٣

١٥ ٤

١٢ ٥

١٠ ٦

٣٠ ٧ ٨

٤٠ ٦ ٩

٦ ١٠

٥ ١٢

(في «الحساب الستيني»، الذي ما زلنا نستخدمه للساعات والدقائق والثواني، ٧:٣٠ يكافىء ٢/١٥و ٦:٤٠ يكافىء ٣/٢٠)تطلبت جداول الضرب ذاكرة جيدة؛ على سبيل المثال: إن جدول الضرب ل ١٦:٤٠كان يبدأ على النحو التالي:

٤٠ ١٦ ١

٢٠ ٣٣ ٢

٥٠ ٣

٤٠ ١٠٦ ٤

٢٠ ٢٣ ١ ٥

وقد قدر أن التلميذ قد يحتاج إلى نحو عام كي يتعلم مجموعة كاملة من الجداول بجانب تمارين مدرسية أخرى. عند هذه المرحلة، يبدأ التلاميذ أيضا في كتابة جمل سومرية كاملة، بعضها يحتوي على وحدات مقاييس وموازين درست قبل ذلك. فقط بعد كل هذا، ولأنهم تعلموا أيضا اللغة السومرية الأكثر تقدما، يبدأ الطلاب في

تنفيذ حساباتهم الذاتية للأعداد التبادلية، والأعداد العكسية، وليس من جداول قياسية. يحتوي أحد الجداول «المتقدمة» القليلة من المنزلF بعض الحسابات المستخدمة لإيجاد معكوس العدد ٤٦ ١٧ ٤٠ (الأجابة : ٣ ٢٢ ٣٠). هذه الحسابات مكتوبة على لوح يحتوي أيضا على مقتطف من عمل أدبي معروف باسم «نصيحة المشرف للكاتب الشاب»، يتضمن بعض السلوكيات الأخلاقية، المبنية على ذاكرة المشرف نفسه، عندما كان طالبا شابا: قفزت مثل عود واثب، وبدأت في العمل. لم أفارق إرشادات أستاذي، لم أبدا عمل أشياء وفق إرادتي. كان

معلمي شديد الابتهاج بعملي في المهمة الموكلة إلي. تعلم الرياضيات معظم النصوص المتقدمة من المنزل F لم تكن رياضية، وإنما كانت مؤلفات أدبية، مثل «نصيحة المشرف». لكن الكثير منها احتوى على مراجع لاستخدامات المعرفة بالقراءة والكتابة، والحسابات العددية، في الإدارة الصائبة للمجتمع. وتقول سطور من ترنيمة إلى الإلهة نيسابا – الإلهة الراعية للكتاب – تمتدحها لإسباغها العطايا على الملك: قصبة واحدة وحبل قياس من اللازورد، عصا قياس ولوح كتابة يعطي الحكمة.

(٣-٤) حجرة مدرسية في كمبريا

اسس جون دراب أكاديمية جرينرو في عام ١٧٨٠، عند سيلوث على الساحل الشمالي الغربي لإنجلترا، جنوب الحدود الاسكتلندية بأميال قليلة. ومثل المدرسة في المنزل F في نيبور، كانت أكاديمية جرينرو أشبه بمؤسسة عائلية. كان والد دراب، المعروف باسم جون درابر، قد أدار فيما مضى مدرسة في وايتهافن، على بعد ثلاثين ميلا إلى الجنوب على الساحل نفسه. كانت مدرسة وايتهافن تهتم بموضوعات مرتبطة في «التجارة والملاحة»، وقد نشر درابر كتابين مدرسيين كي يستعملهما تلاميذه: «رفيق الجيب للطالب الشاب، أو: الحساب والهندسة وحساب المثلثات وفن القياس، محسوبة لتقدم الشباب في المدرسة» (١٧٧٢). والنظام الكامل لفن الملاحة(١٧٧٣). وعندما توفي داربر في عام ١٧٧٦، ورث ابنه كتبه، واجهزته الرياضية، وبعض ممتلكاته، مما أمكنه من تأسيس أكاديمية جرينرو بعد سنوات قليلة. وبعد وفاة دراب نفسه في عام ١٧٩٥، انتقلت العناية بالمدرسة إلى فري آخر في العائلة؛ جوزيف سول، وهو قريب لزوجة دراب، وقد بقي مسئولا عن المدرسة لنحو خمسين عاما. لقد توسعت مناهج الدراسة لتتضمن الإغريقية والإسبانية، ودراسات متعلقة بالكتاب المقدس، لكن أكاديمية جرينرو، مثل أمها في وايتهافن، استمرت في التأكيد الشديد على الدراسات الرياضية. لم تجتذب المدرسة البنين من المنطقة المحلية فقط، وإنما من كل مكان في إنجلترا

بل حتى من بلاد ما وراء البحار. كان بالإمكان تسجيل أطفال في التاسعة، بل سجل مرة طفل في السادسة، كما تعلم أحيانا هناك شبان في اوائل العشرينيات من أعمارهم لكن في المتوسط، تراوحت أعمار معظم التلاميذ هناك بين أربعة عشر وخمسة عشر عاما تظهر سجلات عام ١٨٠٩ أن أحد أصغر التلاميذ كان يدعى رولاند كوبر (عمره أحد عشر عاما)، بينما أحد أكبر التلاميذ كان جيمس إيرفنج (عمره ثلاثة وعشرون عاما)، كانا يدرسان منهج الدراسة الأساسي نفسه في اللغة الإنجليزية، والكتابة، والحساب. كذلك درس معظم الأولاد الآخرين الرسم، وتعلموا إما الفرنسية وإما اللاتينية، مع نطاق واسع من الموضوعات الرياضية. إن منهج الدراسة الذي اتبعه جون كولمان (وكان عمره خمسة عشر عاما) كان نموذجيا: الإنجليزية، والفرنسية، والكتابة، والرسم، والحساب، والهندسة، وحساب المثلثات، وفن القياس للمساحات والحجوم، والمساحة، ومسك الدفاتر، وحساب المثلثات الكروية، والفلك، والميكانيكا، والجبر، وإقليدس. من الموضوعات الرياضية الأخرى التي كان يمكن تقديمها: الساعة الشمسية والقياس والتحصين أما جورج بيت (وكان عمره ستة عشر عاما)، فيبدو أنه كان يملك

قدرة استثنائية؛ إذ أخذ دروسا في القطاعات المخروطية، والتغير المستمر (حساب التفاضل والتكامل بالشكل النيوتوني). من جرينرو أكثر من مجرد قوائم

ومع ذلك فنحن محظوظون لأننا نملك بالموضوعات؛ فقبل أن يتوف المعلم الرياضي جون هيرسي في عام ٢٠٠٥ كان قد جمع أكثر من مائتي دفتر دراسي لمادة الرياضيات، كتبها تلاميذ المدارس في كل مكان في إنجلترا وويلز بين عامي ١٧٠٤ و ١٩٠٧. لم تكن هذه كتب تمرينات بالمعنى الحديث؛ التلاميذ لم يبددوا أوراقا غالية ليتمرنوا على مسائل متشابهة مرات ومرات، بدلا من ذلك، فإنهم أدرجوا بعناية أمثلة نموذجية لمسائل قياسية، وبهذا أنشئوا لأنفسهم مجموعة من الأمثلة المحلولة، التي يمكن أن يحملوها معهم لحياتهم المستقبلية. كثير من الأمثلة كان مأخوذا من كتب مدرسية مبسطة في ذلك الوقت، وعلى وجه الخصوص من كتاب «مرشد المعلم» لفرانسيس ووكينجهام (الطبعة الأولى عام ١٧٥١)، ولكن من المؤكد أن هناك كتبا أخرى ابتكرها المدرسون أنفسهم لتلاميذهم. تتضمن مجموعة هيرسي خمسة دفاتر مدرسية للتدريبات الرياضية،

شكل ٤-١ الصفحة الأولى لدفتر روبرت سميث الرياضي أكاديمية جرينرو١٨٣٢

خلال هذين العامين، ملأ روبرت ألف وسبعمائة صفحة بأمثلة رياضية، وبهذا تكون لدينا صورة مفصلة تماما لم تكن هذه الكتب أول ما كتب روبرت لأنه كان قد تجاوز بالفعل عما كان يدرسه. العمليات الأولية للجمع والطرح والضرب والقسمة. ان اقدم كتاب باق، من عام ١٨٣٢، يبدأ ب «قاعدة الثلاث»؛ هذه كانت القاعدة التي مكنت عددا لا يحصى من أجيال الطلاب من الإجابة عن أسئلة مثل: عدد A من الرجال يحفرون قناة في عدد B من الأيام، كم يوما يحتاج العدد c من الرجال حتى يؤدوا العمل نفسه؟ سميت هذه القاعدة هكذا لأنه يوجد بها ثلاث كميات معلومة (A.B.C)، ومنها يجب أن نجد الكمية الرابعة (الإجابة). لا بد أن أصل المسألة ظهر في الهند، ومن المحتمل أنها انتقلت إلى الغرب مع الأعداد الهندية كانت العملية شائعة في الكتب الحسابية الإسلامية والأوروبية لقرون. كانت قاعدة الثلاث تدرس بالاستظهار؛ فطالب المدرسة الإنجليزي في القرن التاسع عشر لم يكن متوقعا منه أن «يبدأ بعمل الأشياء وفق إرادته»، كما كان حال سابقيه من الطلاب البابليين. وفي المثال أعه يجب أن يعلم الطالب أنه يجب أن يضرب B في

A ويقسم الناتج على Cلإيجاد الأجابة الصحيحة. ولكن بالطبع كانت هناك دائما تنويعات للإمساك بالطالب الغافل فقد كان على روبرت سميث أن يتعلم قاعدة الثلاث المباشرة وقاعدة الثلاث المعكوسة، وقاعدة الثلاث المزدوجة. هذه الموضوعات جاءت بعدها، ضمن أشياء أخرى، موضوعات أخرى مثل المقايضة والفائدة وقاعدة المشاركة (المشاركة في الربح)، والكسور العامة، والكسور العشرية، والمتواليات الحسابية والهندسية. يتناول دفتر آخر – يبدو أنه كتب في العام نفسه – قائمة مشابهة من الموضوعات، بادئا بقاعدة الثلاث، ومنتهيا بالمتواليات والنظام الاثني عشري. يبدو أن الدفترين قد كتبا على التعاقب لأن روبرت نفسه قد رقمهما بالمجلد ١ والمجلد ٢، وليس واضحا سبب تكرار تناوله المادة مرتين. كثير من أمثلته مأخوذ من ووكينجهام، وهنا على سبيل المثال – واحد من مثالين اثنين فقط على التباديل (والثاني على عدد التغييرات التي يمكن أن تقرع عل ١٢جرسا)يأتي شاب إلى المدينة من أجل زيارة مكتبة جيدة، وقد اتفق مع من يوفر له المسكن على أن يعطيه أربعين جنيها إسترلينيا مقابل الطعام والسكن، وذلك طوال الفترة التي يستطيع فيها وضع أفراد عائلته (التي تتكون من ٦ أفراد عداه هو نفسه) في مواضع مختلفة كل يوم على العشاء. ما المدة التي يمكنه أن يمكثها لقاء هذه الأربعين جنيها؟

كتب روبرت الحل الصحيح (١*٢*٣*٤*٥*٦*٧=٥٠٤٠ يوماً) مباشرة بعد

السؤال، ولكن بعدها، متبعا ووكينجهام في هذه النقطة عن كثب، انتقل مباشرة إلى الكسور العامة. يحتوي دفترا الحساب اللذان وضعهما روبرت نحو عام ١٨٣٢ على نحو تسعمائة صفحة. وبالإضافة إلى ذلك، ملأ نحو خمسمائة صفحة أخرى في دفتر ثالث بعنوان «الهندسة وحساب المثلثات والقياس والمساحة»، يحوي بعض الرسوم التخطيطية الجميلة التي يبدو أنها حظيت بالتشجيع في جرينرو (انظر الشكل ٤-٢)الدفتر التالي، الذي كتب عل صفحة العنوان الخاصة بالحساب تأليف روبرت سميث ١٨٣٣ يدور حول «أسئلة عملية عل قواعد عامة»

شكل ٤-٢ مسألة في حساب المثلثات مشروحة ومجاب عنها من جانب روبرت سميت١٨٣٢

ان المسائل المعروفة باسم «فواتير الطرود» لها أهمية خاصة؛ لأن التلاميذ كانوا يضعون غالبا أسماءهم والتواريخ الحاضرة بدلا من تلك التي كان يطرحها ووكينجهام. تبدأ فاتورة روبرت الأولى على النحو التالي:

جرينرو، الثالث عشر من يوليو ١٨٣٢

السيد توماس ناش.

اشتراها من روبرت إس سميث.

٨ ازواج من الجوارب الصوفية بسعر ٤ سوليدي و٦دينار ي ١ جنية ١٦ سوليدي ديناري لكل زوج

٥ ازواج من الخيوط نفسها بسعر ٣سوليدي و ٢ديناري ١٥سوليدي و ١٠ديناري لكل زوج

تتواصل تواريخ أخرى على فواتير أخرى من يوليو ١٨٣٢ حتى أغسطس من العام نفسه، وهو ما يشي بأن روبرت ربما ملا هذا الدفتر في عام ١٨٣٢، ولكنه لم يبدأه في ١٨٣٣ وإنما أنهاه آنذاك، وهو التاريخ المدون على صفحة العنوان. يظهر اسم توماس ناش في موضع آخر في نهاية دفتر روبرت الأول، وبالتوازي

مع اسم شخص يدعى روبرت ريد، وهو ما ينم عن أنهما ربما كانا مدرسيه؛ ويظهر روبرت ريد مرة أخرى في العملية الحسابية التالية:

١٨ يارده من الشرائط الناعمه بسعر ٠ جنية و ١٢ سوليدي و ٣ ديناري لليادرة ١١ جنيها و٠سوليدي و ٦ ديناري

٥ أزواج من القفازات الجليدية بسعر ٢ سوليدي و ٣ ديناري لكل زوج ١١ سوليدي و ٣ ديناري

وهكذا اكتمل الدفتر الثاني في عام ١٨٣٣ وكان عن «قياس الجوامد»، وتضمن حسابات معقدة عن حجوم ومساحات سطوح المجسمات المنتظمة الخمسة (رباعي السطوح، والمكعب، وثماني السطوح، واثني عشري السطوح، وعشريني السطوح)، كما تضمن حسابات مماثلة لتلك التي يستخدمها بناءو الآجر والبناءون والنجارون وصناع الردواز والدهانون ومركبو الزجاج والسباكون واخرون، مع الوحدات المناسبة التي يستخدمها كل واحد منهم؛ على سبيل المثال: تعلم روبرت أن الدهانين يقدرون مساحات «ألواح تغطية الحوائط والأبواب ومصاريع النوافذ» باليادرة المربعة، ولكن «يجب دائما استقطاع مساحات المدافئ والفتحات الاخرى للأسف، نحن لا نعرف كم كان عمر روبرت عندما فعل كل هذا، ولكننا نستطيع ان نرى أن سنواته في جرينرو منحته تعليما رياضيا نظريا وعمليا محكما.

(٣-٥) الفتيات

ترددت في إدراج قسم يعامل مجموعة من الناس تشكل نصف الإنسانية وكأنها قلة، ولكن لا مفر من حقيقة أنه طوال معظم تاريخ معظم المجتمعات لم يكن يعتقد أنه من الضروري – او من الملائم في واقع الأمر – تعليم الفتيات، وبالتأكيد ليس في مجالات مثل الرياضيات أو العلوم؛ ولهذا فإنه ليس مستغربا ملاحظة أنه كان هناك عدد قليل جدا من النساء المشتغلات بالرياضيات، تماما مثلما كان هناك عدد قليل من النساء الكاتبات أو المحاميات أو الطبيبات حتى زمن قريب. هذه الحالة لا بد أنها تركت عددا لا يحصى من آلاف النساء الذكيات محبطات إلى حد ما. وعلى

الرغم من ذلك، كان هناك من حين إلى آخر بعض النساء اللاتي أعطين فرصة تعلم الرياضيات، أو خلقن لأنفسهن هذه الفرصة. من أمثلة تلك النسوة أولئك اللاتي كن يمتلكن من الثراء ووقت الفراغ ما يمكنهن من دراسة ما يشأن. من الأمثلة المبكرة لهذا الإمبراطورة الصينية دينج، التي أخذت دروسا في ال «سوان شو» في نهاية القرن الأول الميلادي. وعلى غير المعتاد في هذه الفترة، تعلمت على يد امرأه أيضا، تدعى بان زهاو. بعد ذلك بفترة طويلة، في أربعينيات القرن السابع عشر، تلقت إليزابيث أميرة بوهيميا، وكريستينا ملكة السويد، دروسا من ديكارت، وإن كانتا على الأرجح أكثر اهتماما بالفلسفة من الرياضيات. وبعد قرن،كان الأوروبي الرياضي الأشهر، ليونهارت أويلر، قد كتب أكثر من مائتي خطاب عن الرياضيات والموضوعات العلمية إلى أميرة أنهالت دساو، ابنة شقيق فريدريك الكبير ملك بروسيا، وقد نشرت هذه الرسائل بالفرنسية والروسية والألانية واخيرا بالإنجليزية تحت عنوان «رسائل إلى أميرة جرمانية»، ولا تزال تطبع إلى يومنا هذا. لكن الطريق الأكثر شيوعا لتعلم الرياضيات بالنسبة إلى المرأة العادية، كان أن يعلمها والدها أو زوجها أو أخوها؛ على سبيل المثال: في القرن التاسع عشر قبل الميلاد، كان هناك كاتبتان من النساء في مدينة سيبور البابلية؛ وهما الأختان آنانا أماجا ونيج نانا. يبدو أنهما تعلمتا المهنة عل ارجح من والدهما، آبا تابوم، الذي كان كاتبا هو أيضا. وبعد ألفي عام تلقت الإمبراطورة دينج وأشقاؤها أول تعليمهم من والدهم، عل الرغم من أن أمهم، فيما يبدو، كانت ترى أن هذا تبديد لوقت الفتاة. كانت بان زهاو، المعلمة اللاحقة للإمبراطورة، أخت العالم بان جو، وقد فهمت عمله بدرجة كافية مكنتها استكماله بعد وفاته، بما في ذلك رسالة عن التنجيم. ربما كان أشهر زوج مكون من أب وابنته في الرياضيات هو ثيون وهيباتيا في آخر القرن الرابع بالإسكندرية، لكن لم تصل إلينا أية كتابات مباشرة من هيباتيا نفسها، بل لدينا فقط روايات ثانوية عن حياتها وموتها الذي اكتنفته أساطير كثيرة. استمر تعليم البنات داخل أن نبرهن إلى بدايات الحقبة الحديثة. كتب جون أوبري في سبعينيات القرن السابع عشر عن

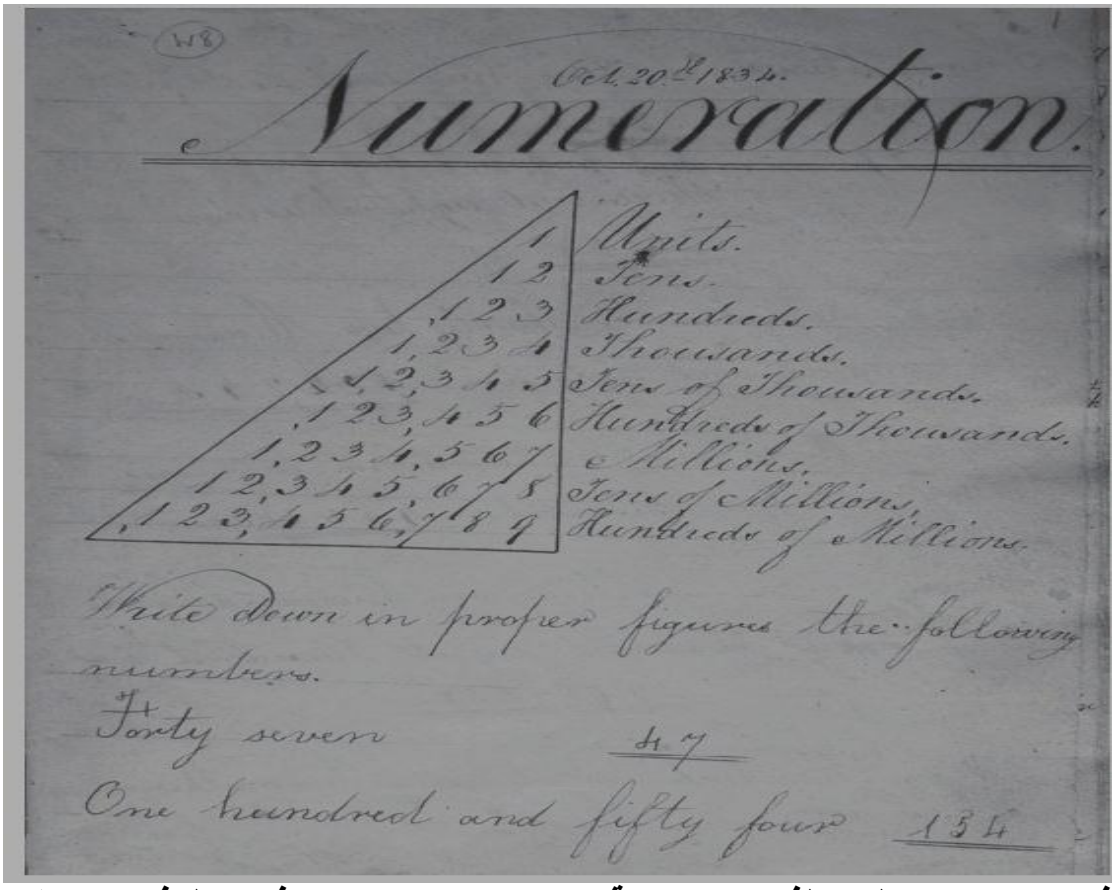
صديقه السابق إدوارد دافينانت، قس جيلينجهام في دورست، ذاكرا حبه للرياضيات، على الرغم من أنه «بسبب كونه كاهنا، كان غير راغب في أن يطبع أعماله؛ لأن الدنيا لا ينبغي أن تعلم كم قضى فيه من وقت كثير.» إن دافينانت لم يدرس الجبر لأوبري نفسه فحسب، وإنما لبناته أيضا: كان مستعدا دائما أن يدرس ويرشد. لقد كان صاحت الفضل عي؛ إذ كان أول من علمني الجبر. كانت بناته متخصصات في الجبر. في الحقيقة، إننا ندري ماذا علم إدوارد دافينانت ابنته الكبرى؛ آن، فيما يتعلق نسخ أوبري، الحريص على تسجيل كل الشئون الإنسانية، بالجبر؛ لأنه في عام ١٦٥٩ مذكرات آن. لقد ولدت آن قبل عام ١٦٣٢ (هذا تاريخ ميلاد أختها الأصغر كاثرين)، وتزوجت أنطوني إتريك في عام ١٦٥٠، وهكذا فإنه من المحتمل أنها تدربت على الجبر في بواكير أربعينيات القرن السابع عشر. وقد عنونت نسخة أوبري من عملها كالآتي: نسخت هذا الجبر من نسخة السيدة آن إتريك، الابنة الكبرى لدكتور دافينانت، المتخصص البارع في المنطق. إن المسائل الواردة في بداية مذكرات آن- وكذلك اللغة اللاتينية التي كتبت بها مماثلة لتلك التي يدرسها أي مبتدئ شاب؛ على سبيل المثال: في واحدة منها، كانت بعض الفتيات يتجولن حين برز شاب وحياهن باللاتينية: «مرحبا أيتها العذارى الاثنتا عشرة.» وقد أحابت إحدى الفتيات في التو، وباللاتينية أيضا: «إذا ضرب عددنا في خمسة، فسيزيد عددنا عن الاثنتي عشرة مثلما يقل عددنا الآن عن اثنتي عشرة.» كم كان عدد الفتيات؟ بعد صفحات متعددة نجد آن تحل مثالا وضع صيغته الخوارزمي في بغداد وحلة قبل ثمانية قرون : ما العدد الذي إذا ضرب في٦ثم اضيف الية ١٦ كان الناتج مربع العدد نفسة ؟ (بالرموز الحديثة: $x^2=6x+16$) وأخيرا، فإنه بالقرب من نهاية مريج المذكرات، أصبحت كل من اللغة اللاتينية والرياضيات أكثر نضجا. وتأتي المسألة الأخيرة

من كتاب «الحساب» لديوفانتس: اقسم ٣٧٠ إلى مكعبين، جذراهما عددان صحيحان مجموعهما ١٠ كانت آن قادرة على أن تظهر أن الإجابة هي 7^3 زائد 3^3. لقد اختيرت الأعداد في المسألة بعناية حتى تكون الإجابة سهلة، ولكن

المسألة تكون مستحيلة إذا حل مكعب كامل محل العدد ٣٧٠، وهو ما كان فيرما الذي وضع نظريته في الوقت نفسه تقريبا – بصدد اكتشافه في تولوز البعيدة. حتى مرور سنوات عديدة من القرن الثامن عشر، كان من المرجح أن تتعلم الفتيات الرياضيات فقط إذا كن يتمتعن بمكانة اجتماعية أو بآباء على اتصال بهذا المجال، كما هي الحال بالنسبة إلى الإمبراطورة دينج وان دافينانت. استفادت صوفي جرمين، وهي واحدة من الشخصيات الرئيسية التي حققت تقدما في نظرية فيرما الخيرة، من الأمرين فقد ولدت في عائلة غنية ومتعلمة في باريس عام ١٧٧٦، وكانت في سن الثالثة عشرة بالضبط عندما اندلعت الثورة الفرنسية وبينما كانت قابعة في دارها، كانت تروح عن نفسها بالقراءة في مكتبة أبيها، واكتشفت الرياضيات، وهو موضوع لم يظن أبواها في البداية أنه ملائم لها، بيد أنهما استجابا لها بعدما أحسا إصرارها. وعندما كانت في الثامنة عشرة استطاعت الحصول عل مذكرات المحاضرات من المدرسة المتعددة التكنولوجية المفتتحة حديثا، وعلى الرغم من عدم السماح لها بحضور المحاضرات، فقد قدمت أعمالها نحت اسم مستعار؛ السيد لوبلان، إلى واحد من أكبر أساتذة المدرسة؛ جوزيف لوي لاجرانج. بعد ذلك بأربعة أعوام راسلت الرياضي الألماني الكبير كارل فريدريش جاوس، مرة أخرى تحت الاسم المستعار نفسه لوبلان. وإحقاقا للحق، استمر كل من لاجرانج وجاوس في الإعجاب برياضياتها وشجاعتها، حتى بعدما اكتشفا هويتها الحقيقية. لقد ناضلت صوفي ضد الصعاب معظم حياتها؛ إذ لم يتح لها قط نوع التعليم الذي قد يتاح لفتى له مثل موهبتها، وكان عملها تشوبه الأخطاء وعدم الاكتمال. لم تتقلد صوفي قط أية وظيفة رسميه؛ ومع ذلك، فبعد وفاتها في عام ١٨٣١، علق جاوس بأنها كانت جديرة بالحصول على مرتبة شرف من جامعة جوتنجن؛ واحدة من أهم مراكز الرياضيات في أوروبا. المقالات أو الملصقات التي تدور حول موضوع «النساء في كثيرا ما تصور الرياضيات» كلا من هيباتيا وصوفي جرمين، لكن للأسف ليس لأنهما نموذجان لزمانيهما ومدينتيهما، ولكن لأنهما ليستا كذلك. إن النساء غير البارزات مثل بان زهاو وان

دافينانت يعددن، إجمالا، أكثر تمثيلا لواقع النساء في مجال الرياضيات والتعليم الرياضي بحلول القرن التاسع عشر تحسن موقف الفتيات ببطء في أوروبا الغربية، عندما بدأن يستفدن بأعداد كبيرة من التعليم في المدارس الابتدائية. لا تحتوي مجموعة هيرسي إلا عل دفاتر قليلة كتبتها فتيات، ولكن الدفاتر تمنحنا نظرة عل نوعية الرياضيات التي كانت تدرس للفتيات في مختلف مدارس إنجلترا وويلز.

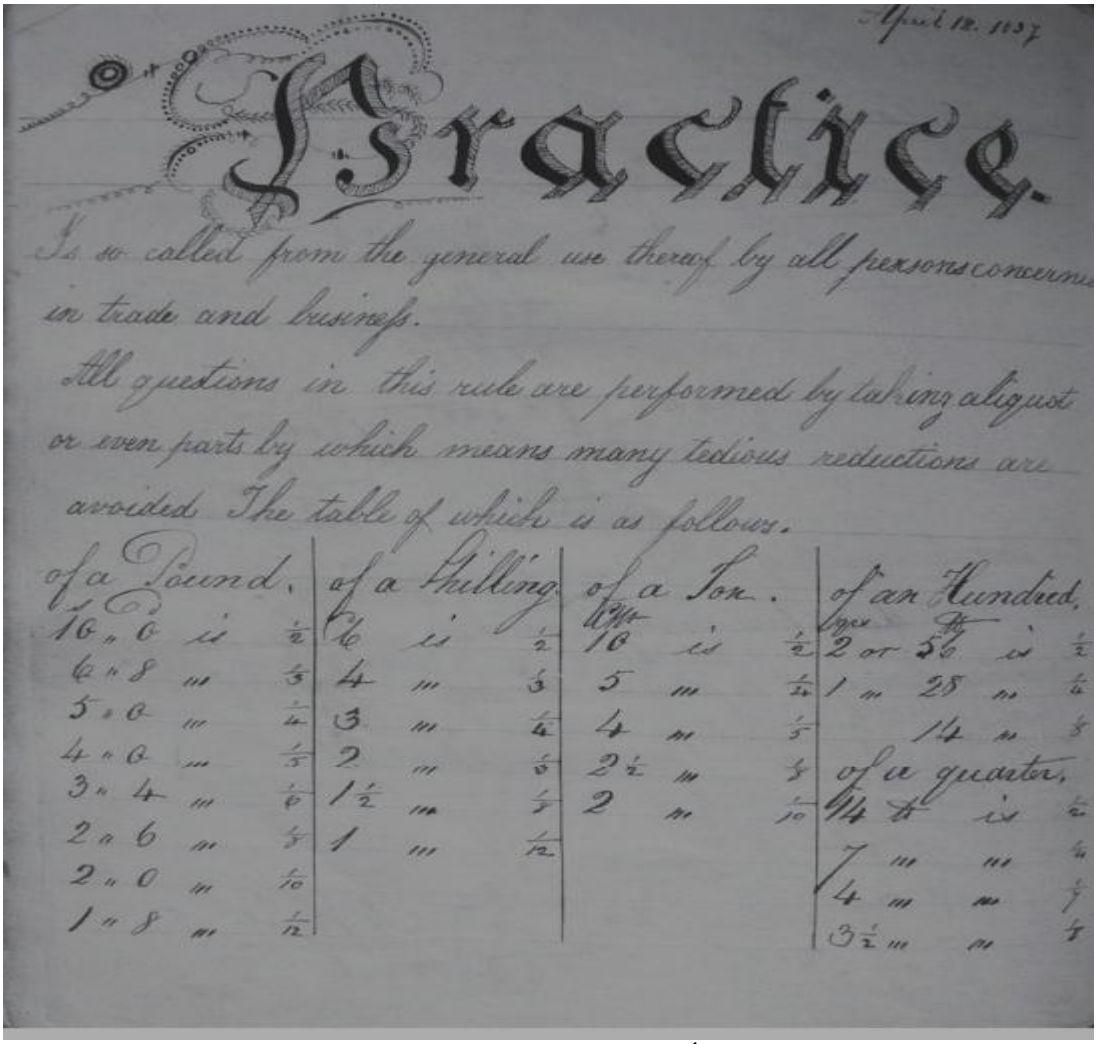
شكل ٤-٣ الصفحة الأولى لدفتر تدريبات آن ويتمان بتاريخ العشرين من أكتوبر ١٨٣٤



في عام ١٨٣١ العام الذي سبق بداية تدوين روبرت سميث دفاترة المذكورة اعلاة في جرينرو عملت إلينا نور ألكسندر في مدرسة فيرووتر في واد بشمال نيوبورت في جنوب ويلز على مسائل الأختزال (مثلا حول ٣٠ جنية و ١ سوليدي و ٤/٥ الى فاردنج) وقاعدة الثلاث (مثلا: «إذا كان ثمن ١٧ ياردة من القماش هو ٣

جنيهات و ١٠ سوليدي، فكم يكون ثمن ٦٥ ياردة؟») بلغ عدد صفحات الدفتر ١٢٧ صفحة، وتألف فقط من هذين النوعين من المسائل. وبعد ثلاثة أعوام، بداية من أكتوبر ١٨٣٤، شرعت آن ويتمان في آبلتون- لو- مورز، بالقرب من يورك، في دراسة كتاب «مرشد المعلم» لووكينجهام (انظر الشكل ٤-٣). كل تدويناتها الأولية مؤرخة، وبهذا نعلم أنها " في تعلم الجمع البسيط حوالي عشرة أيام، ولكنها أمضت شهرا كاملا في عملية الضرب وبعد أعياد الميلاد عملت على الجمع المركب (النقود، وقياس القماش وقياس الأرض وقياسات الجعة والمزر، وأشياء أخرى)، وفي نهاية مارس وصلت إلى فواتير الطرود. في حالتها، ذهبت أزواج الجوارب الصوفية الثمانية إلى السيدة دبليو إم جي أتكينسون (ربما كانت معلمتها)، بينما اشترى السيد هنري ويتمان (ربما كان والدها أو أخاها) ١٥ ياردة من الساتان. وفي أبريل ١٨٣٧، وصلت إلى «التمرين»، وهو طريقة معتمد عليها لمعرفة كسور الأوزان القياسية والمقاييس (انظر الشكل ٤- ٤). انتهى دفترها بعد مائتين وخمسين صفحة في العاشر من مايو ١٨٣٧، وهو الوقت الذي وصلت فيه في دراستها كتاب ووكينجهام إلى موضوع الفائدة المركبة، وبهذا فقد أتمت فيما يقل عن ثلاث سنوات ما أتمه روبرت سميث في ثلاثة أشهر، لكنه مع ذلك مقدار محترم من الرياضيات. بعد عشرين عاما، درست إليزابيث أترسول من ستينفيلد في لينكونشير هي الأخرى كتاب ووكينجهام، من الجمع المركب إلى قاعدة الثلاث (مثلا: «إذا كان ثمن ثلاثة أرطال من البن هو ١ جنيه و ١ سوليدي و٨ ديناري، فماذا يجب أن يدفع مقابل ٢٩ رطلا و٤ أوقية؟») وفي حالتها، ذهبت ثمانية أزواج من الجوارب الصوفية إلى السيدة تشابل ومع ذلك، كان الحال مختلفا قليلا بالنسبة في الثاني والعشرين من أكتوبر عام ١٨٥٠. إلى الآنسة آي نورمان في أكاديمية السيد إنجلسون، في شارع دورست في هولم بمانشستر عام ١٨٦١ كان دفترها مطبوعا عليه اسم المدرسة، على ورق أزرق باهت، ومزودا بهوامش مكونة من خطين مسطرين لونهما أحمر. عل الصفحة الأولى كتبت الآنسة نورمان: «حساب متقدم.» ولكنها للأسف لم تتقدم كثيرا؛ فكل صفحة من صفحات

الدفتر الستين مليئة بعمليات ضرب أو قسمة الجنيهات والشلنات والبنسات (مثلا: «ماذا علي دفعه لقاء ٤٧٦٧ ياردة من القماش، إذا كان سعر الياردة ديناري؟»)وبعد عام درست إليزابيث داوسون من مدرسة كارشيلد في نورث أمبرلاند قاعدة الثلاث



شكل ٤-٤ واحدة من صفحات الأخيرة في دفتر تدريبات آن ويتمان بتاريخ الثاني عشر من أبريل ١٨٣٧

بداية من أبريل عام ١٨٦٦، قضت إيزابيلا لاند وهي تلميذة في مدرسة بريطانية متوسطة في بولتون- لو-ساندز في لانكشير (أسست أولا للبنين فقط) – أكثر من عام لتتقدم من الجمع البسيط إلى قاعدة الثلاث. وبعد ذلك التاريخ بعام، ملأت الآنسة جي جونز، من مدرسة روبستون هول المتوسطة للبنات في جلوسستر،

تدريجيا عشرين صفحة من الفواتير، ذهبت فيها ثمانية أزواج من الجوارب الصوفية إلى الآنسة جنكينز في يوليو عام ١٨٦٨. إن دفاتر الفتيات المختارة أعلاه هي بعض تلك الدفاتر التي نعلم عنها اسم صاحباتها والمدارس والتاريخ، ومن دون المزيد من الأبحاث لا يمكننا أن نفترض أنها ممثلة للحال وقتها؛ بيد أنها تنم عن أن تعليم الرياضيات للبنات كان له تأكيد عملي (لا وجود لإقليدس هنا)، وفوق ذلك، فإنه وفق المعايير الحديثة كان التقدم أحيانا بطيئا للغاية ويتسم بالتكرار. ومع ذلك، فإن الفتيات اللاتي كتبن هذه الدفاتر كن مثقفات ويحسن العد والسرد، خاصة إذا ما قورن بنظيراتهن في الأجيال السابقة. لكن من أجل الانتقال من الرياضيات الابتدائية إلى التعليم الجامعي، تطلب الامر قوة خاصة للشخصية. وسننهي هذا القسم بعقد مقارنة بين امرأتين تمكنتا من الوصول إلى أعلى المراكز المهمة في نظامي التعليم في بلديهما؛ وهما لورا فيليب من اسكتلندا، وفلورينتيا فونتوكلي من اليونان. كانت فلورا فيليب واحدة من أوائل النساء اللاتي تخرجن في جامعة إدنبرة عام١٨٩٣ولكنها كانت قد التحقت بالجمعية الرياضية قبل ذلك بسبع سنوات. لم يكن معظم تعليمها في الرياضيات العليا مكتسبا في الحقيقة من الجامعة، ولكن من جمعية إدنبرة للتعليم الجامعي للمرأة. أسست هذه الجمعية عام ١٨٦٧ لتقدم تعليما يفوق مستوى التعليم المدرسي للنساء، موازيا لذلك الذي تقدمه الجامعة للرجال. ومنذ وقت تضمنت مقررات المحاضرات في الجمعية مادة الرياضيات، على الرغم من بعض المعارضة من أولئك الذين اعتبروها «خارج نطاق اهتمام السيدات تماما». كان الهدف تدريس الرياضيات نفسها كما تدرس في الجامعة، ولكن لأن نساء كثيرات إعدادا سيئا في تعليمهن المدرسي الابتدائي، لم يكن المستوى الذي وصلن إليه مرتفعا كما في مقررات الجامعة قط؛ ومع ذلك، تعلمن الهندسة الإقليدية والجبر وحساب المثلثات والقطاعات المخروطية. كان عدد النساء اللائي يدرسن المقررات صغيرا جدا، ومع ذلك أفاد أحد المحاضرين بأن: «حماسة ومثابرة الطالبات تعوضان عن صغر الأعداد تعويضاً مضاعفا.» فيما بعد، قدم مقرر أكثر تقدما، ومنه تأهلت فلورا فيليب بنجاح في عام ١٨٨٦،

وهو العام نفسه الذي التحقت فيه بالجمعية الرياضية في إدنبرة. وفي عام منحت درجتها من الجامعة، وكانت وقتها تدرس بالفعل لبعض الوقت في مدرسة نت جورج للبنات، وهي مدرسة أسستها الجمعية. في العام نفسه تزوجت، وبعد ذلك أنسحبت من الحياة الأكاديمية والجمعية الرياضية في إدنبرة. أما عن السيرة الذاتية وفلورينتيا فونتوكي، فقد ولدت في عام ١٨٦٩ في أثينا، وجرت مع فلورا؛ فبينما كانت فلورا تدرس الرياضيات حياتها في خطوط متوازية متعددة بالجمعية في إدنبرة في ثمانينيات القرن التاسع عشر، كانت فلورينتيا فونتوكلي تدرس دبلومة معلم المدرسة من مدرسة أرساكيون النظامية للبنات في أثينا، وبعد ذلك منح مجلس مدارس أرساكيون فلورينتيا اعتمادا ماليا لدراسة علم أصول التربية في برلين لمدةعام، وبعدئذ طلبت مدا لتحصل درجة من زيوريخ في الرياضيات، لكن المجلس رفض. (على الجانب الآخر، فإن أخاها ميخائيل أصبح رياضيا، وعمل فيما بعد في هامبورج.) عادت فلورينتيا لتدرس في مدرسة أرساكيون في كورفو، خلال السنوات نفسها التي كانت فلورا تدرس فيها في مدرسة سانت جورج. وفي عام ١٨٩٢ حين قبلت فلورا عضوا في جامعة إدنبرة، قبلت فلورينتيا عضوا في قسم الرياضيات بجامعة أثينا، وكانت أول امرأة تنال هذا الشرف. لكن عل النقيض من فلورا، يبدو أنها لم تتخرج فيها. بدلا من ذلك، استمرت في التدريس في مدرسة للبنات في أثينا، أسستها مع صديقتها إيرين بيناري. في عام ١٨٩٩، كانت توقع باسم فونتوكلي- سبينللي؛ مما يوحي بأنها ربما تزوجت من لودفسكي سبينللي، وهو مدرس، لكن ليست الحقائق المحيطة بهذا الأمر جلية. وللأسف، في السنوات الأخيرة من تسعينيات القرن التاسع عشر، قبل أن تبلغ الثلاثين من عمرها، بدأت صحتها تتدهور، وذهبت لتعيش في إيطاليا، حيث ماتت عام ١٩١٥كان على كل من فلورا وفلورينتيا أن تناضل كي تحصل نوع التعليم الذي أرادته، وعلى الرغم من ذلك، فقد كانت جامعتا إدنبرة واثينا متقدمتين على جامعات أخرى؛ فجامعة كامبريدج لم تمنح العضوية الكاملة للنساء حتى عام ١٩٤٧.

ملخص البحث

تحدثنا في هذا البحث عن تاريخ الرياضيات بصفة عامة وعن تاريخ الرياضيات في عصر الحديث بصفة خاصة وعن مدى اهمية تاريخ الرياضيات في الحياة العامة فتناولنا في الفصل الأول مقدمة في تاريخ الرياضيات خلال اربعة الألف الأعوام التي مضت وفي فصل الثاني تحدثنا عن الرياضيات في ومدى تطورها في الصين وعرفنا ماذا تعني الرياضيات بصوره خاصة وفي فصل الثالث تناولنا دور المرأة في تطور الرياضيات وتطبيقاتها وفي فصل الرابع تناولنا تاريخ الرياضيات في عصر النهضة في أوربا ،

المصادر

• Robert Recorde, The Pathway to Knowledg (London, 1551) painstakingly Reprinted by Gordon and Elizabeth Roberts (TGR Renascent Books 2009 (

• Markus Asper, 'The two cultures of mathematics in ancient Greece Eleanor Robson and Jacqueline Stedall (eds), The Oxford Handbook of The History of Mathematics (Oxford University Press, 2009

• Simon singh fermats lats theorem (fourth Estate 1997 harper peren – nial 2007 (

• The Suån shü shü, writings on reckoning: a translation of a Chinese Mathematical collection of the second century BC, with explanatory Commentary, tr. Christopher Cullen (Needham Research Institute 2004 (

• Fibonacci's Liber abaci: Leonardo Pisano's book of calculation, tr. L. E. Segal(springer 2002 (

• Tony Mann, 'From Sylvia Plath's The Bell Jar to the Bad Sex Award: a par-Tial account of the uses of mathematics in fiction', BSHM Bulletin 25 (2010):58 -66

• Gopy books in the gohn hersee collection owned by mathematics as-sociation, in the David wilson library at the University of leicester