وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة ديالى

كلية تربية المقداد

قسم الرياضيات

تطبيق تحليل العددي باستخدام Matlab

مشروع تخرج المقدم الى مجلس قسم الرياضيات في كلية التربية في جامعة ديالى

هو جزء من متطلبات الحصول على درجة البكالوريوس في الرياضيات

اعداد الطلبة

اثير عبدالرحمن جدوع

محمد حسن صلال

مشرف البحث

م . م رشا قيس اسود

بسم الله الرحمن الرحيم

﴿ قَالَ الَّذِي عِندَهُ عِلْمٌ مِّنَ الْكِتَابِ أَنَا آتِيكَ بِهِ قَبْلَ أَن يَرْتَدَّ إِلَيْكَ

طَرْفُكَ ۚ فَلَمَّا رَآهُ مُسْتَقِرًّا عِندَهُ قَالَ هَٰذَا مِن فَضْلِ رَبِّي لِيَبْلُوَنِي أَأَشْكُرُ أَمْ أَكْفُرُ

ۖ وَمَن شَكَرَ فَإِنَّمَا يَشْكُرُ لِنَفْسِهِ ۖ وَمَن كَفَرَ فَإِنَّ رَبِّي غَنِيٌّ كَرِيمٌ﴾

صدق الله العظيم

[40 :سورة النمل]

الاهــــداء

إلهي لا يطيب الليل إلا بشكرك ولا يطيب النهار إلى بطاعتك... ولا تطيب اللحظات إلا بذكرك...
"ولا تطيب الجنة إلا برؤيتك "الله جل جلاله

إلى من بلغ الرسالة وأدى الأمانة.. و نصح الأمه.. إلى نبي الرحمة ونور العالمي
سيدنا محمد صلى الله عليه واله وسلم

..إلى من كلله الله بالهيبة والوقار.. إلى من علمني العطاء بدون انتظار.. إلى من أحمل أسمه بكل افتخار
"والدي العزيز"

إلى ملاكي في الحياة.. إلى معنى الحب وإلى معنى الحنان والتفاني.. إلى بسمة الحياة وسر الوجود إلى من كان دعائها سر نجاحي وحنانها بلسم جراحي إلى أغلى الحبايب
"أمي الحبيبة"

إلى من أضاء بعلمه عقل غيره او هدى بالجواب الصحيح حيرة سائليه فأظهر بسماحته تواضع العلماء و برحابه سماحة العارفين
"أساتذتي"

وإهداء خاص إلى استاذي المشرف
" م.م رشا قيس اسود "

شكر وتقدير

بسم الله الرحمن الرحيم والحمد لله رب العالمين الذي وفقنا وأعاننا على إنهاء هذا البحث والخروج به بهذه الصورة المتكاملة، فبالأمس القريب بدأنا مسيرتنا التعليمية ونحن نتحسس الطريق برهبة وارتباك، فرأينا أن دراسة الرياضيات هدفاً سامياً وحباً وغاية تستحق السير لأجلها، وإن بحثنا يحمل في طياته طموح شباب يحلمون أن تكون أمتهم وانطلاقاً .العربية كالشامة بين الأمم تبرز بعطائها وابداعها الشبابي من مبدأ أنه لا يشكر الله من لا يشكر الناس، فإننا نتوجه بالشكر الجزيل للأستاذة الام و والمدرسة (م. م رشا قيس اسود) التي رافقتنا في مسيرتنا لإنجاز هذا البحث وكانت لها البصمة الواضحة من خلال توجيهاتها ونصائحها لنا لإتمام هذا البحث ومن خلال انتقاداتها البناءة والدعم الأكاديمي، كما نشكر عائلاتنا التي صبرت وتحملت معنا ورفدتنا بالكثير من الدعم على جميع الأصعدة، ونشكر الأصدقاء والأحباب وكل من قدم لنا الدعم المادي أو المعنوي .

الفهرست

المقدمـــــة

يعتبر برنـامج الما تلاب البرنـامج الاشهر فـي الاوسـاط العلميـة كبرنـامج ولغـة اذ يسـتخدم هـذا البرنـامج فـي معظم المسائل العلمية والـهندسية ويتعامل مع برامج تلك المسائل بأبســـــط طرق البرمجة ومـن الجدير بالذكر بان هذ البرنـامج يدُرس فـي اكثر جامعـات ومعاهـد الولايـات المتحـدة الامريكيـة الاوربيـة وبقيـة دول العالم .

وتعتبر لغة الما تلاب لغة برمجة عاليـة الاداء تستخدم لا جراء الحسابات الرياضيـــــــــــــــــة والـهندســـة والتقنيـــات العلـــوم الاخـــرى وتقـــوم بعمليـــات الحســـابات واظهـــار النتـــائج ضـــمن بيئـــة سهلـــــــــــــــة البرمجة تمكنت هذه اللغة من حل العديد من المسائل المعقدة مقارنـة مـع برمجـة بلغات البرمجة الاخرى مثل لغة C و FORTAN اتت تسمية هذه اللغة مـن اختصـار التعبيـر MATRIX RABORATORY مختصر المصفوفة .

اذ ان البرنـامج مصمم اساسا للتعامل مع العمليات على المصفوفات بشكل اكثر بساطة انسجام كمـا ارفقت بهـذه اللغـة ادوات لمعالجـة وحـل التطبيقـات العلميـة خاصـة وهـو مـايعرف بصندوق الادوات وتعتبـر هـذه الادوات هامـــــــــة جـــــــــدا لمســـــــــتخدم هـــــــــذه اللغـــــــــة بالإضـــافة الـــى ان برنـــامج المـــا تـــلاب يـــدعم بثقـــة ادوات تخاطـــب برســـومية GRAPHICAL USER INTERFACE التي تجعل المستخدم يتعامل مع اللغة برنـامج GUI كأنـه اداة علميـة متطورة .

الفصل الاول

أهمية التحليل العددي

التحليـــل العـــددي هـــو دارســـة الطـــرق الرياضـــية العدديـــة لإيجـــاد الحـــل التقريبـــي لـــبعض المســـائل الرياضـــية التـــي تظهـــر عنـــد تطبيـــق الرياضـــيات بـــاختلاف فروعهـــا فـــي العلـــوم البحتـــة والتطبيقيـــة وتحليـــل تقاربها ودقتها واستقرارها

تعريف برنامج الماتلاب

ويمكـــن تعريـــف برنـــامج مـــات لاب MATLAB علـــى انـــه لغـــة ذات مســـتوى عـــالي للحســـابات وتصـــميم الرســـومات والبرمجـــة مدعمـــة ببـــرامج تســـهل اســـتخدامه وتشـــمل المعالجـــات الرياضـــية وتطـــوير الخوارزميـــات والنمذجـــة والمحاكـــاة وتحليـــل البيانـــات. ويـــؤمن برنـــامج MATLAB أدوات واجهـــة التخاطـــب الرسومية Graphical User Interface (GUI) التي تجعله برنامجا متطورا .

نبذة تاريخية عن برنامج مات لاب

تاريخيـــا يعتبـــر عـــالم الرياضـــيات كليـــف مـــولر (Cleve Moler) المؤلـــف الأول لبرنـــامج مـــات لاب ففـــي العـــام 1970 م قـــام العـــالم مـــولر وعـــدد مـــن زملائـــه بتطـــوير مكتبـــات لغـــة فـــورتران البرمجيـــة LINPACK و EISPACK وهما المكتبات الخاصة ببرمجة المصفوفات، وقد صمم البرنامج على أساس التعامل مـــع البيانـــات والمتغيـــرات فـــي صـــورة مصـــفوفات، وقـــد أتـــت تســـمية البرنـــامج مـــات لاب MATLAB اختصـــارا للكلمـــات Matrix Laboratory بمعنـــى مختبـــر المصـــفوفات متفقـــة مـــع تصـــميم البرنـــامج. فـــي العـــام 1983 انضم العالم جاك ليتل (jack little) إلى فريق العالم مولر لتعاد كتابة مات لاب بلغة السي.

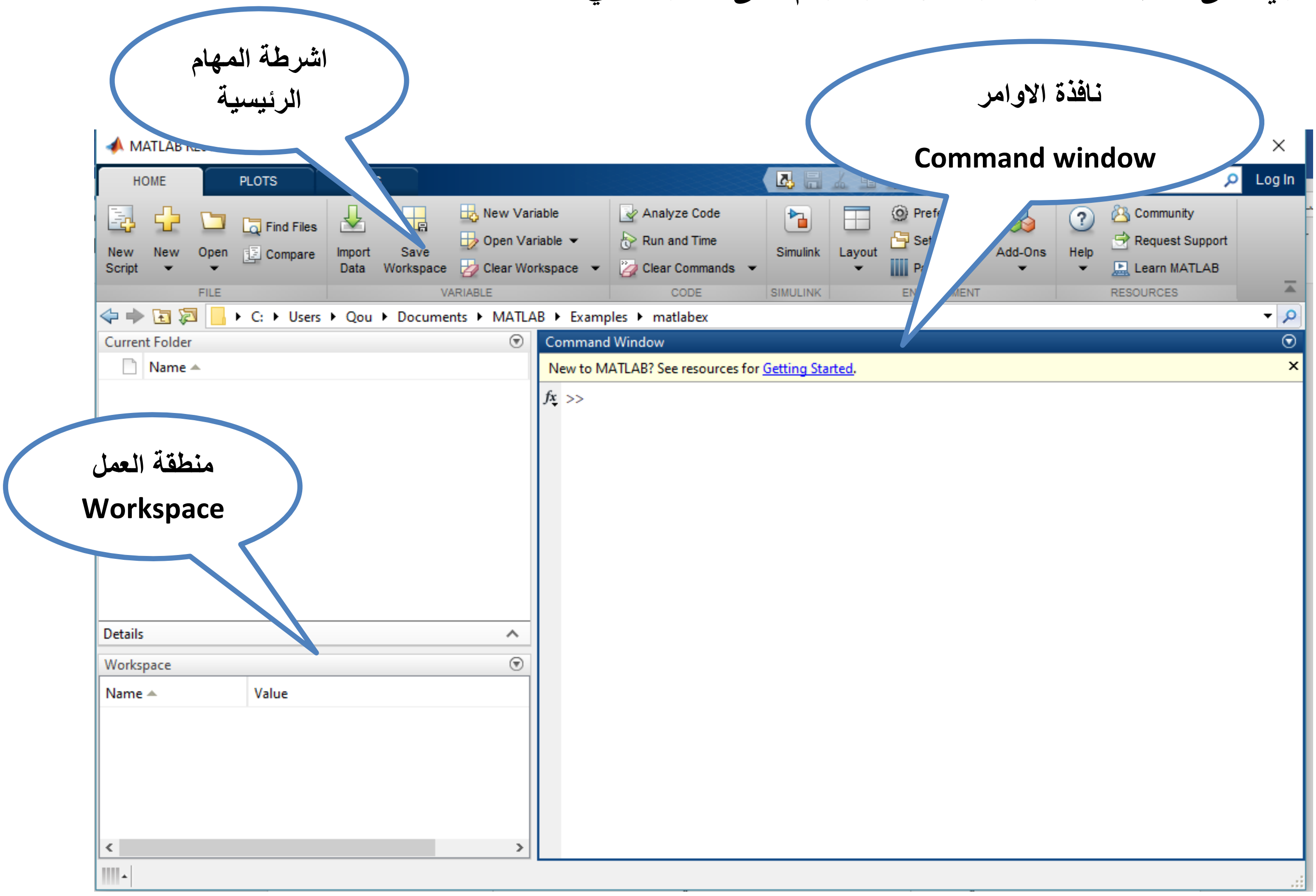
أهمية برنامج مات لاب في التحليل العددي

يعـــد برنـــامج مـــات لاب مـــن البرنـــامج التطبيقيـــة الهامـــة والمتعـــددة الاســـتخدام، يعمـــل البرنـــامج فـــي بيئـــة نظـــام التشـــغيل Windows ويســـتخدم علـــى نطـــاق واســـع فـــي حـــل المســـائل الهندســـية والرياضـــية بكفـــاءة ودقـــة، ويمتلـــك برنـــامج مـــات لاب العديـــد مـــن المميـــزات التـــي جعلتـــه ينتشـــر بـــين الأكـــاديميين وفـــي المؤسســـات العلميـــة والتقنيـــة، ولعـــل اهـــم تلـــك مميـــزات قدرتـــه علـــى رســـم المنحنيـــات والاشـــكال الفراغيـــة ثلاثيـــة الابعـــاد بالإضـــافة الـــى قدرتـــه علـــى التعامـــل مـــع الكثيـــر مـــن المســـائل الرياضـــية المتعلقـــة بالنهايـــات والتفاضـــل الجزئـــي والتكامل المتعدد والعديد من التطبيقات الرياضية المتنوعة .

بعد تلك المقدمة العامة حول برنامج مات لاب فقد تبين أهمية البرنامج في العديد من التطبيقات الرياضية والتي سنوظفها في حل المسائل المتعلقة بمقرر مبادئ التحليل العددي، وسنبدأ بعرض عام عن مكونات سطح المكتب الخاص بذلك البرنامج ومن ثم كيفية استخدامه.

مكونات واجهة برنامج مات لاب

عند النقر على اختصار برنامج مات لاب على سطح الكتب او تشغيله من خلال قائمة ابدأ، ستظهر امامك الواجهة الرئيسية الخاصة بالبرنامج والتي تسمى سطح مكتب برنامج مات لاب والتي تحتوي على العديد من النوافذ والاشرطة والقوائم على النحو التالي:



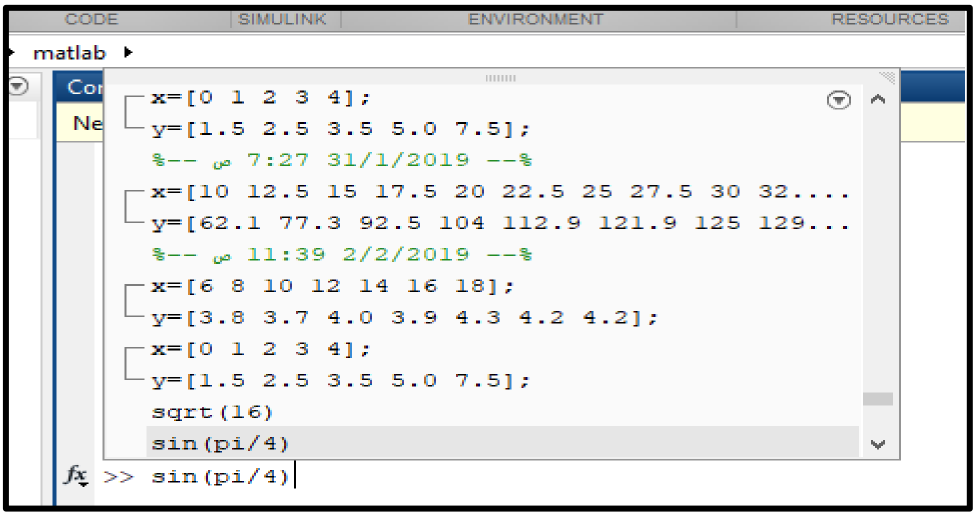
يبين الشكل السابق الواجهة الرئيسية للبرنامج بأجزائها المختلفة على النحو التالي:

أولا :نوافذ البرنامج

– نافذة الأوامر Command Window

–منطقة العمل Workskace

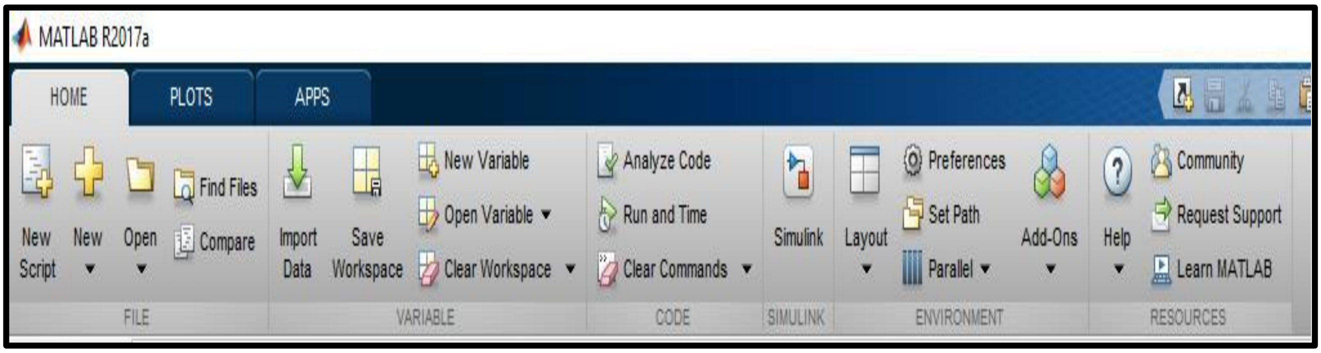
تستخدم نافذة الأوامر لإدخال البيانات والتعليمات البرمجية وكذلك يتم عرض نتائج المعالجات عبر تلك النافذة، في حين يتم تسجيل المدخلات والمخرجات في منطقة العمل وهناك بعض النوافذ التي تظهر عند العمل على مهمات محددة يتم تسجيل جميع الأوامر التي يتم إدخالها من خلال نافذة الأوامر **Command Window** ، ويتم تسجيل تلك الأوامر مع الوقت والتاريخ، وعند الضغط على مفتاح السهم لأعلى على لوحة المفاتيح يظهر مربع حوار يحتوي على الأوامر المطبقة مسبقا كما في الشكل.



ثانيا :أشرطة المهام الرئيسية

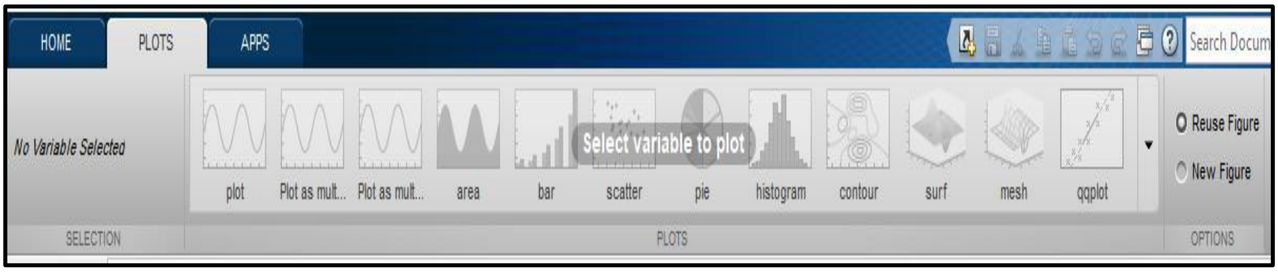
يحتوي هذا الجزء على أشرطة أوامر المهام الرئيسية التي تشتمل على مجمل المهام والتعليمات المتعلقة بمعالجة وتحليل البيانات المدخلة وهي على النحو التالي:

-شريط(**Home**)



من الوظائف التي يحتويها هذا الشريط جزء مخصص للتعامل مع الملفات من انشاء ملفات جديدة مثل ملفات الأكواد والتي تمكننا من كتابة مجموعة من الاوامر لتنفيذها ككتلة واحدة وأيضا جزء خاص بالتعامل مع المتغيرات وجزء آخر متخصص بالتعامل مع الأكواد وبعض الأوامر الأخرى.

-شريط(Plot)



وهذا الجزء مخصص لتحويل البيانات وتمثيلها بيانيا

– شريط(Apps)

وهـــــذا الجزء مخصص لتطبيقـــــات مخصصـــــــة لعمليـــــات مشـــــــهورة مثـــــل التقريب أو التعامل مع الصور وتحليل البيانات وغيرها من الوظائف المشهورة وهناك بعض الأشرطة المخصصة والتي تظهر عند البدء بالعمل على مهمات محددة.

- **<u>طريقة نيوتن – رافسون</u>**

عندما تكون مشتقة الدالة f بسيطة ومن السهل إيجادها فإن الجذور الحقيقية للمعادلة f(x)=0 يمكن إيجادها بدقة عالية باستخدام طريقة نيوتن رافسون .إن الفكرة الأساسية لهذه الطريقة تعود إلى– العالم نيوتن، ولكن الصيغة المستخدمة حاليا تعود إلى العالم رافسون .لاشتقاق الصيغة العامة ولتكن λ للطريقة، نفرض بأن لدينا قيمة تقريبية أولية للجذر المطلوب x0 ونفرض أن h تمثل مقدار التصحيح الذي يجب أن نضيفه للقيمة x0 لنحصل على الجذر المطلوب λ ، أي إن:

$\lambda = x0 + h$

$f(x0+h) = f(\lambda) = 0$

وبتطبيق توسيع تايلر للدالة *f* حول *x0* نحصل على:

$f(x0+h) = f(x0) + hf'(x0) + h22f''(x0+\theta h),\ 0<\theta<1$

فإذا افترضنا أن قيمة h صغيرة فإن باستطاعتنا إهمال الحد الأخير الذي يحوي h2 فنحصل على

العلاقة:

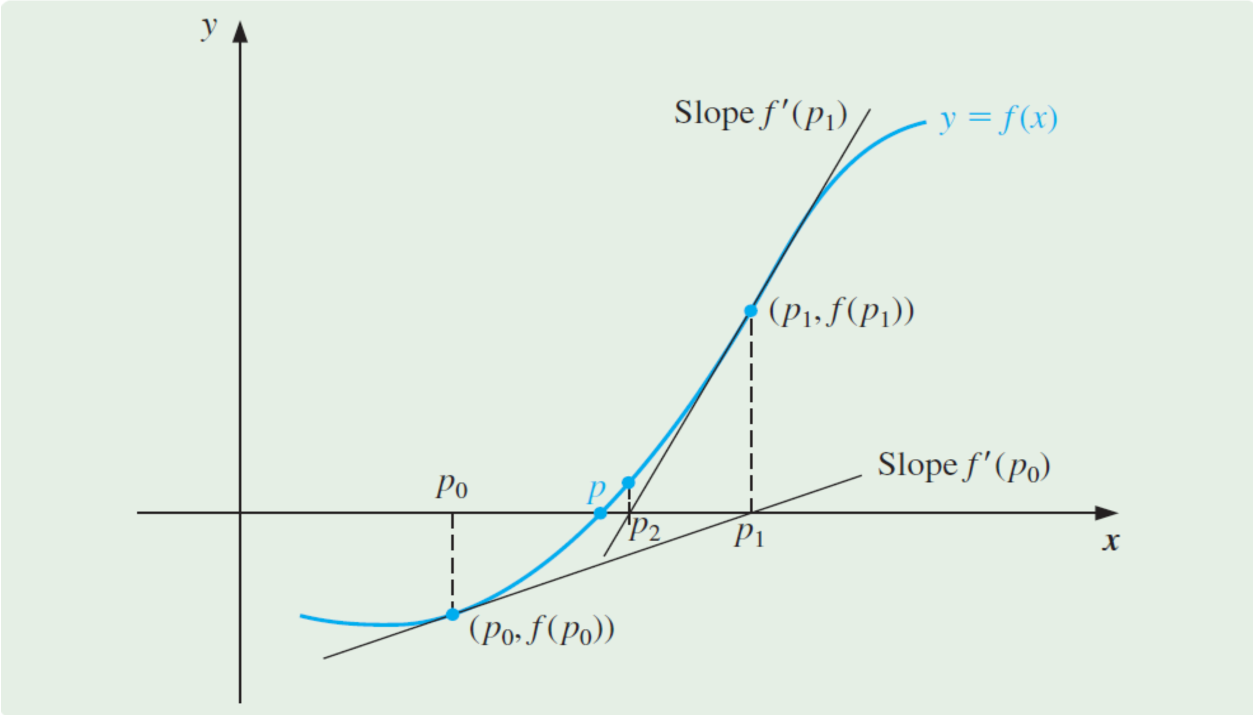
$f(x0) + hf'(x0) = 0$

$h1 = h = -\frac{f(x0)}{f'(x0)}$

فتصبح القيمة التقريبية المحسنة للجذر:

$x1 = x0 + h1 = x0 - \frac{f(x0)}{f'(x0)}$

المخطط التالي يبين كيف تعمل طريقة نيوتن- رافسون.



يبين هذا الشكل كيفية عمل طريقة نيوتن رافسون

طريقة أخـــــرى لاشتقاق القانـــون الذي تعتــمد عليـــه طريقة نيوتـــن وهي بالاعــتماد علـــــــى ميل المســتــقيم المــــار بالنـــقطـــة x1 حيـــث أن ميـــل المـــسـتقيم(وهو يســـاوي مشـــتـــقة الدالـــة فـــي تلـك النقـــطة)

$$slop=f'(x0)=\frac{f(x1)-f(x0)}{x1-x0}$$

نفترض أن0=f(x1)

$$f'(x0)=\frac{f(x0)}{x1-x0}$$

وبالتالي:

$$x1=x0-\frac{f(x0)}{f'(x0)}$$

حيث أن$f(x0)$ / $f'(x0)$تمثل Δx (التغير في قيمة x) .

- <u>**خوارزمية طريقة نيوتن:**</u>

1.نختار قيمة تخمينية ابتدائية للجذر الجديد ولتكن. x0

2.نحسب قيمة. f(x0)

3.نحسب قيمة. f’(x0)

4.نحسب القيمة التقريب الجديد للجذر من المعادلة:

$$x1=x0-\frac{f(x0)}{f\prime(x0)}$$

5.اطبع قيمة. x1

6.إذا كان ε>|x1 – x0| ، إذاً x1 هو الجذر الجديد، اذهب إلى الخطوة الأخيرة.

7. X0 = x1 ، اذهب إلى الخطوة رقم. 2

8.توقف.

مثال :أوجد جذر للمعادلة التالية باستخدام طريقة نيوتن- رافسون بخطأ ٠.٠٠٠٠١=ε

$$f(x)=x2-4\sin x$$

الحل:

نختار x0 = 3 ،f’(x)=2x-4cos(x)

f(x0)=8.4355

f’(x0)=9.9600

x1=3−8.43559.9600=2.1531

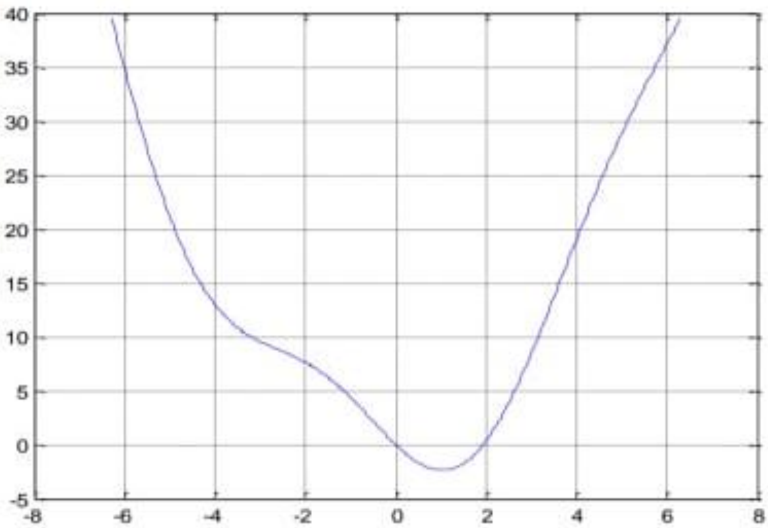
|x1 –x0|= |2.1531 – 3|= 0.8469

x0 = x1 =2.1531 x1=2.1531−1.29486.5058=1.9540

|x1 – x0|= |1.9540 – 2.1531|= 0.1991

نستمر في الحل إلى أن نصل إلى الجذر المطلوب.

نلاحظ رسم هذه الدالة في الشكل التالي :



مخطط الدالة $f(x)=x2-4\sin x$

البرنامج بلغة الMATLAB:

```
%%       THIS PROGRAM IS USED TO COMPUTE
%%                ROOT OF F(X)=0
%%              USING NEWTON METHOD
f=inline('x^2-4*sin(x)');
d=inline('2*x-4*cos(x)');
x0=input('x0=   ');
n=input('n=    ');
disp('         x0         x1')
for i=1:n
    if d(x0)==0
        disp('division by zero, can not proceed.')
        break
    end
    x1=x0-f(x0)/d(x0);
    disp([x0 x1])
    if abs(x1-x0)<=0.0001
        break
    else
        x0=x1;
    end
end
```

النتائج التي نحصل عليها بعد التنفيذ

x0	x1
3.0000	2.1531
2.1531	1.9540
1.9540	1.9340
1.9340	1.9338
1.9338	1.9338

- **طريقة التنصيف :**

تتلخص هذه الطريقة بما يلي

اذا كانت الدالـــــة $f(x)$ دالة مســـتمرة ومعرفـــة للفترة [x١,x ٢] وتحوي عـــلى جذر فـــي هذه الفترة هـــذا يعني ان اشارة الدالة تتغير من الموجب الى السالب و بالعكس اي ان:

$$f(x1).\ \ f(x2) < 0$$

لنفترض اننا نريد حل المعادلة :

$$F(x) = 0 \qquad (1)$$

تحسب قيمة الدالة عند نهاية الفترة x1 , x2 من اجل ذلك f(x1),f(x2) لهما اشارتين مختلفتين اي ان :

$$f(x1).\ f(x2) < 0$$

لذلك يوجد حل (جذر) للمعادلة (١) ضمن هذا المجال ولنحاول الآن إيجاد القيمة التقريبية للحل أسهل طريقة لاختيار قيمة عند نقطة المنتصف للدالة أن نأخذ:

$$X3 = \frac{x1+x2}{2} \qquad (2)$$

ولنحسب f (x3) هناك احتمالين :

١- اذا كان f(x1) .f(x2) < 0

هذا يعني ان الجذر يقع في النصف الاول من الفترة اي بين بداية الفترة x1 ونقطة المنتصف x3 نختار قيمة جديدة x4 تمثل نقطة المنتصف بين x1 , x3 بحيث يكون :

$$X4 = \frac{x1+x3}{2}$$

٢- اما اذا كان $f(x1).f(x3) > 0$

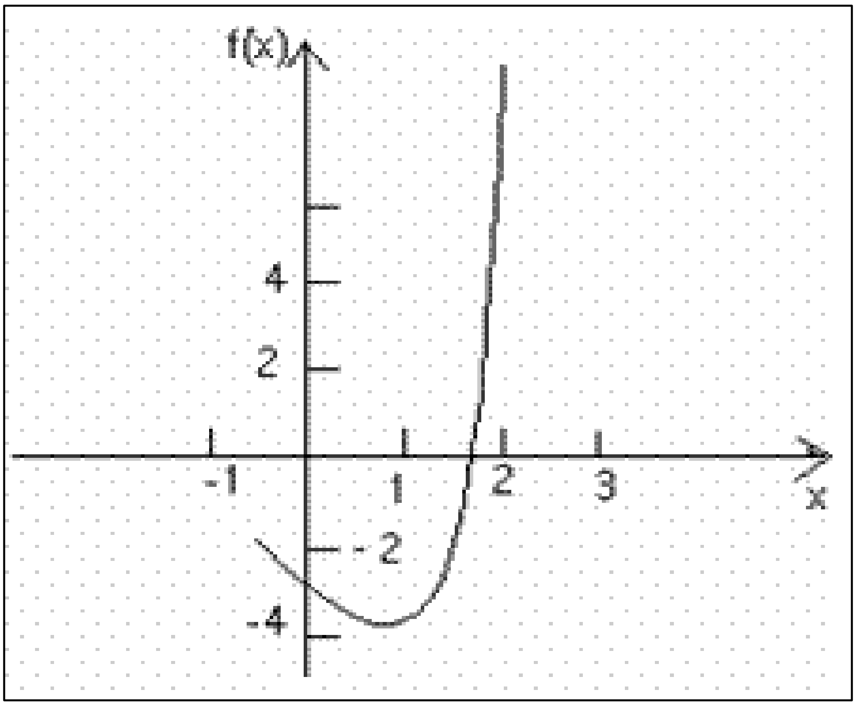
هذا يعني ان الجذر يقع في النصف الثاني من الفترة اي بين نهاية الفترة x2 ونقطة المنتصف x3 نختار قيمة جديدة x4 تمثل نقطة المنتصف بين x2,x3 بحيث يكون :

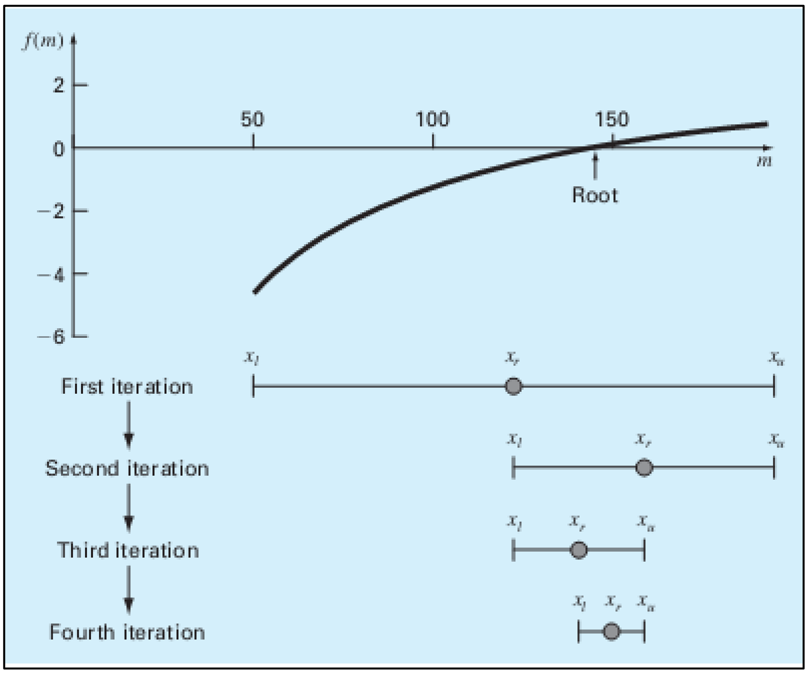
$$X4 = \frac{x2+x3}{2}$$

ونستمر بنفس الطريقة حتى نصل على $|f(xN)|$ بحيث تكون اما صغيرة جدا وقريبة من الصفر بالقدر الكافي او

$|Xi + 1 - Xi| < \varepsilon$ بحيث ان ε قيمة صغيرة (قيمة الاقتراض من الجذر)

ان هذه الطريقة تعرف بأسم تنصيف او طريقة تقسيم المجال





- **خوارزمية طريقة التنصيف**

(the algorithm)

- Let $f(x)$ be continuous with $f(a_1)f(b_1) < 0$
- for $n = 1, 2, \ldots$
  - Let $c_n := (a_n + b_n)/2$
  - If $f(c_n) = 0$, stop algorithm
  - If $f(c_n)f(a_n) < 0$, then let $a_{n+1} = a_n$, $b_{n+1} = c_n$
  - If $f(c_n)f(b_n) < 0$, then let $a_{n+1} = c_n$, $b_{n+1} = b_n$

مثال ١ / اذا كان جذر المعادلة $f(x)= x^2 - 5x + 4$ هو ٤ ، جد جذر هذه المعادلة عدديا بأستخدام طريقة التنصيف بحيث يكون الخطأ اقل من 0.1. للفترة [٢,٨]

A	B	$c = \frac{A+B}{2}$	f(A)	f(c)	$sign(f(A) \cdot f(c))$	root=c	err = $\|4 - c\|$
2	8	5	-2	4	-1	5	1
2	5	3.5	-2	-1.25	1	3.5	-0.5
3.5	5	4.25	-1.25	0.8125	-1	4.25	0.25
3.5	4.25	3.875	-1.25	-0.359	1	3.875	-0.125
3.875	4.25	4.0625	-0.359375	0.1914	-1	4.0625	0.063
3.875	4.0625	3.9688	-0.359375	-0.093	1	3.9688	-0.031
3.9688	4.0625	4.0156	-0.092773	0.0471	-1	4.0156	0.016
3.9688	4.0156	3.9922	-0.09277	-0.023	1	3.9922	-0.008
3.9922	4.0156	4.0039	-0.023376	0.0117	-1	4.0039	0.004

مثال ٢ / جدر جذر الدالة $f(x) = x^3 + 4x^2 - 10, x \in [1,2]$ بحيث يكون $|Xn + 1 – Xn| = 0.01$

A	B	C	f(A)	f(c)	$sign(f(A) \cdot f(c))$	root	error = $\|A - c\|$
1	2	1.5	-5	2.375	-1	1.5	***0.5***
1	1.5	1.25	-5	-1.797	1	1.25	***-0.25***
1.25	1.5	1.375	-1.796875	0.1621	-1	1.375	***-0.125***
1.25	1.375	1.3125	-1.796875	-0.848	1	1.3125	***-0.063***
1.3125	1.375	1.3438	-0.848388672	-0.351	1	1.3438	***-0.031***
1.3438	1.375	1.3594	-0.350982666	-0.096	1	1.3594	***-0.016***
1.3594	1.375	1.3672	-0.096408844	0.0324	-1	1.3672	***-0.008***
1.3594	1.3672	1.3633	-0.096408844	-0.032	1	1.3633	***-0.004***
1.3633	1.3672	1.3652	-0.032149971	7E-05	-1	1.3652	***-0.002***

- **طريقة النقطة الثابتة :**

تختلــــف هـــذه الـطـريـقـــة عــن الــطــرق الـسـابـقـــة بـانـــهـــا تــبدأ مـن دالـة f(x) = 0 للحصـــول علـــى شـــكل x=g(x) ثـــم نســـتخدم هـــذه المعادلـــة بالحصـــول علـــى الدســـتور التكـــراري Xn+1 = g(Xn) لايجاد المتتالية {Xn}n>0 انطــلاقا مـــن X0 التقـــريب الابـتـدائـي لــهــا يوجد عدد كبيـــر مــــن النظريـــات والمبرهنـــات التـــي درســـت الطريقـــة والتـــي درســـت التقـــارب فيهـــا .

مبرهنة:

نفرض أن $g(x)$ و $g'(x)$ دالتان مستمرتان ومعرفتان على المجال $[a,b]$ بحيث يتحقق للدالة $g(x)$ العلاقة :

$$\alpha - X_{n+1} = -\frac{1}{2}(\alpha - X_n)(\alpha - X_{n-1})\frac{g''(\xi)}{g'(\xi)} \qquad (\xi : \text{كساي})$$

$$min\{\alpha, X_n, X_{n-1}\} \leq \xi_n \qquad , \qquad \xi_n \leq max\{\alpha, X_n, X_{n-1}\}$$

هذا المقدار محصور بين أكبر عدد وأصغر عدد.

بفرض $\lambda = max\,|g'(x)| < 1$ حيث $a \leq x \leq b$

حيث α هو الجذر الفعلي للدالة

عندئذ يوجد حل وحيد α للمعادلة $g(x) = x$ على المجال$[a,b]$ تتقارب القيم التكرارية x_n من الجذر α أ ا كانت القـ مة التقر بـ ة الابتدائـ ة x_0 من المجال $[a,b]$

مثال : أوجد القـ مة التقر بـّة للعدد $x = \sqrt{5} = 2,2361$ بطريقة النقطة الثابتة:

$$x = \sqrt{5} \;\Rightarrow\; x^2 = 5 \;\Rightarrow\; f(x) = x^2 - 5$$

في بعض الاحيان تكون f(x) مجهولة لذلك يتوجب علينا ايجادها .

$$x_{n+1} = g(x_n) \Leftarrow f(x) = 0$$

نفرض اربع طرائق تكرارية لحل هذه المعادلة ، لنفرض ان هذا الشكل الاول :

$I_1:\quad x_{n+1} = 5 + x_n - x_n^2$ **ضربها ب (-١) ونضيف (Xn) للطرفين**

$I_2:\quad x_{n+1} = \frac{5}{x_n}$ **نقسم على (Xn)**

$I_3:\quad x_{n+1} = 1 + x_n - \frac{1}{5}x_n^2$ **نضرب الطرفين ب ($-\frac{1}{5}$) ونضيف (Xn)**

$I_4:\quad x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{5}{x_n}\right)$ **نضيف (x_n^2) للطرفين وبعدها نقسم على (Xn) وامثالها**

n	$x_n: I_1$	$x_n: I_2$	$x_n: I_3$	$x_n: I_4$
0	2.5	2.5	2.5	2.5
1	1.25	2	2.25	2.25
2	4.6875	2.5	2.2375	2.2361111
3	−12.285156	2	2.236288	2.236068
	(متباعدة)	(متناوبة فهي متباعدة)	(متقاربة)	(متقاربة)

ملاحظة: لـ ست كل دالة يمكن أن نحصل علـ ها من الشكل $x = g(x)$ ستعطي نتائج لذلك ممكن أن نحصل على دالة g بطر قة تؤدي إلى نتائج متباعدة وبالتالي أن الدالة المستخدمة هي دالة فاشلة لا تعطي الحل المطلوب

- هذه الطريقة تعتمد علـ ها الكثـ ر من الأبحاث

معيار النقطة الثابتة : المعيار هو أن نأخذ $max|g'(x)| < 1$ إذا تحقق الشرط فالدالة هي دالة مناسبة.

- **شرط تقارب طريقة النقطة الثابتة :**

إذا كان $a \le x \le b$ $\lambda = \max|g'(x)| < 1$

فإن القيمة التكرارية x_n تتقارب بشكل خطي من أجل أي قيمة ابتدائية x_0 من المجال [a,b] في هذه الحالة

إذا كان $max|g'(x)| > 1$ عندها لا تتقارب الطريقة التكرارية أما عندما $max|g'(x)| = 1$

لا يمكن الجزم بعدم التقارب.

تعريف : نقول ان المتتالية $\{X_n\}_{n\ge0}$ متقاربة من α بمرتبة تقارب $p \ge 1$ إذا تحقق الشرط:

$|\alpha - X_{n+1}| \le c|\alpha - X_n|^p$ وذلك من اجل $c \ge 0$

حيث P مرتبة التقارب و c ثابت التقارب ١- اذا كان $P = 1$ نقول انها خطية....

٢-اذا كان $P = 2$ نقول انها تربيعية ..... ٣- اذا كان $P = 3$ نقول انها تكعيبية ، وهكذا....

نستنتج أن $|E_{n+1}| \le c\,|E_n|^p$

مقارنة بين الطرق المجالية الخمس .

الطريقة	مرتبة التقارب (p)	ثابت التقارب (c)	ملاحظات تخص الطريقة
تنصيف المجال	1	لايوجد قانون لحساب هذا الثابت	En = $\frac{b-a}{2^n}$
الوضع الخاطئ	تسمى مرتبة التقارب فوق الخطية p>1	لايوجد قانون لحساب هذا الثابت	ايجاد الخط الاعظمي معقد
القاطع	P=1. 62 او $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$\left[\frac{f''(x)}{2f'(x)}\right]^{p-1}$ حيث x هي قيمة الجذر التقريبي	$E_{n+1} = \frac{1}{2}(E_n)(E_{n-1})\left(\frac{f''}{f'}\right)$
نيوتن	2	$\frac{f''}{f'}$	لايوجد ملاحظة على قيمة الخطأ
النقطة الثابتة	1	$\lambda = max\|g'(x)\|$ حيث xهي قيمة الجذر التقريبي	En = $\left(\frac{\lambda^n}{1-\lambda}\right)$ E0 حيث E0 = | X1 – X0 | λ التي في المقام هي max|g´(x)|

ملاحظة : قمنا بتنصيف الطرق ايهم اسرع وذلك بالاعتماد على منطقة تقارب فيكون

١- طريقة نيوتن
٢- طريقة القاطع
٣- طريقة الوضع الخاطئ
٤- طريقة التنصيف المجال – وطريقة النقطة الثابتة

عادة نحسب ثابت التقارب عند اخر جذر يتم ايجاده او ان ثابت التقريب ليس له علاقة ب (x)

(تظهر قيمة ثابتة)

- **متى نقارن بين سرعة تقارب الطرق ؟**

نقارن سرعة تقارب بين الطرق القابلة للتطبيق فتكون الطريقة الاسرع هي صاحبة مرتبة التقارب الاكبر .

مثال : شامل عن كل شيء تتضمنه طريقة النقطة الثابتة :

لتكن لدينا دالة $g(x) = \sqrt{3x+4}$ **والمطلوب :**

1. **اثبت ان x=4 نقطة ثابتة للدالة السابقة**
2. **هل تمثل (g (x دالة تكرار على المجال [2,5]**
3. **ماهي مرتبة التقارب**
4. **ماهو ثابت التقارب**
5. **اوجد X1 , X2 من اجل X0 = 3**
6. **احسب الخطأ المرتكب في حساب X24**

الحل 1) : اذا تحقق ان X = g (x) من اجل x = 4 فتكون x =4 نقطة ثابتة بالنسبة للدالة

نعوض $4 = \sqrt{3(4)+4}$

$4 = \sqrt{16} \Leftarrow$ **x = 4 نقطة ثابتة للدالة g(x)**

اذا النقطة (4, 4) تنتمي لمنحني الدالة

2) ان المشتقة $g'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+4}}$ **سندرس اشارته والجذر دائما اكبر او يساوي الصفر**

$\Leftarrow$ **المقام متزايد كلما كبر المقام تناقصت الدالة**

$g'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+4}}$ **الدالة متناقصة على المجال [2,5] بما ان الدالة متناقصة نعوض بالقيمة 2**

واما اذا كانت متزايدة نعوض بالقيمة 5 وهنا الدالة متناقصة $g'(2) = \frac{3}{2\sqrt{10}} < 1$

اذا الدالة g هي دالة تكرار

3) مرتبة التقارب p = 1

4) ثابت التقارب $c = max|g'(x)|$

$c = \lambda = \frac{3}{2\sqrt{10}}$ **(لا يوجد x لان القانون فيه القيمة العظمى على المجال)**

5) $x_0 = 3$

$x_n = g(x_{n-1})$

$x_1 = \sqrt{3(3)+4} = \sqrt{13} = 3,60555$

$x_2 = \sqrt{3(\sqrt{13})+4} = 3,8492$

6) لحساب الخطأ المرتكب في طريقة النقطة الثابتة نطبق

$$E_{24} = \left(\frac{\lambda^{24}}{1-\lambda}\right) E_0$$

حيث λ التي في المقام هي $\max|g'(x_2)|$

$$E_0 = |x_1 - x_0| = 3{,}60555 - 3 = 0{,}60555$$

$$E_{24} = 1{,}492595.10^{-10}$$

اذا اتى طلب (5) بدون طلب (2) يجب ايجاد الطلب (2) واثبات انها دالة تكرار الا اذا كان موجود بالفرض انها دالة تكرار .

الفصل الثاني

مـــــــات لاب هي لغة ذات مستـــوى عـالي للحسابـــــــات والبرمجة، وتعتمد علـى معالجة البيانـات باعتبارها مصفوفات بغض النظر عن نوعها، وسنستعرض من خـلال هذا الفصل أنـواع البيانـات المستخدمة في برنامج مات لاب

١- البيانات في برنامج مات لاب

يمكن التعامل مع البيانات في برنامج مات لاب بطريقتين- :

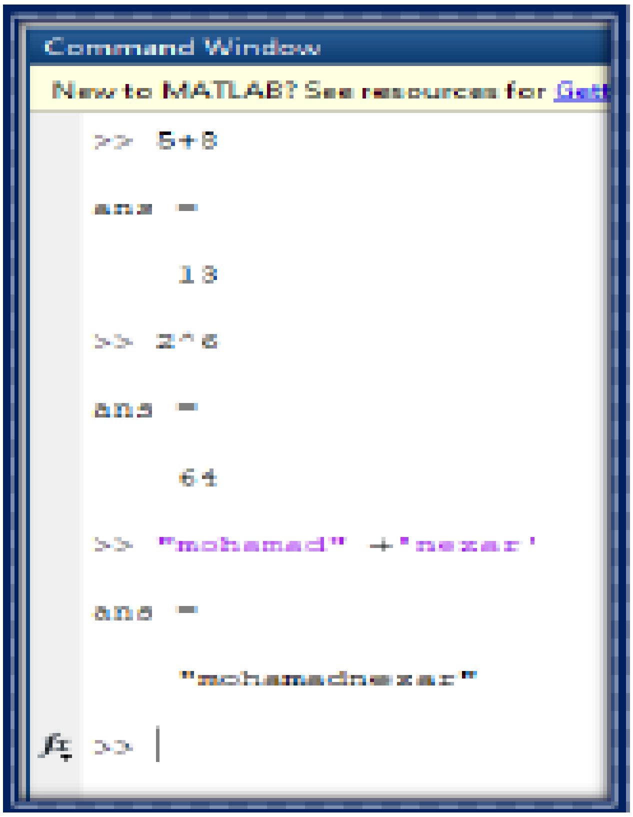
- أما بشكل مباشر

حـــــــيث يستطـــيع برنـــــامـــــــــج مات لاب التـــعرف عـــلى البيانـــــــــات العدديـــة والرمزيـــــة والتعـــامل معــــها

واجراء العمليات عليها فمثلا يمكنك جمع رقمين

وسيقوم مات لاب بإنشاء متغير باسم ans ليخزن

ناتـــــــــج العملـــــية فيه كما في الشــــكل المقابل .



يمكـــن لبرنامج ماتلاب التعامل مـــــــــــــــــع أنواع

مختلفة من البيانات مثل بيانات رقمية ونصوص

وصور اشارات صوتية وغيرها.

- أو من خلال تخزينها في متغير

تعتمـــــــد برمجيـــــة ماتــــــلاب علـــى المكونات

الرمزيــــــــــــة والعددية في صياغة كافة المتغيرات

والتعليمات البرمجية الخاصة بالبرنامج، حيث يمكن

استخــــــدام الحروف الابجديـــــــة باللغة الإنجليزيــــــــــــــــــــة كبيرة وصغيرة والاعداد العربية والرموز الخاصة.

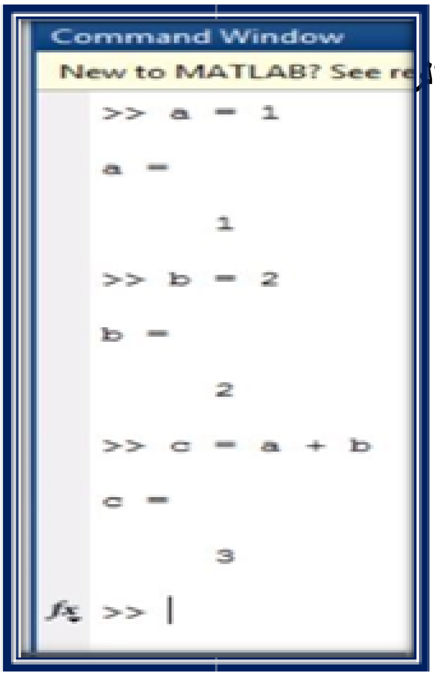
٢- بعض الشروط الواجب مراعاتها في تسمية المتغيرات:

- يجب تجنب الكلمات المحجوزة في تسمية كافة أنواع المتغيرات .
- تسمية المتغيرات حساسة الحروف الكبيرة والصغيرة .
- تعريف المتغير بما لا يتعدى 63 رمز على ان تبدأ بأحد الحروف الابجدية الإنجليزية.
- لا يسمح باستخدام الرموز الخاصة او الفارغ مع استثناء رمز **underscore** عند تعرف المتغيرات .

٣- أنواع المتغيرات في برنامج الماتلاب

تصنف المتغيرات في برنامج ماتلاب إلى عدة أنواع نذكر منها- :

١- المتغيرات العددية (Numerical Variables)



تعـــــرف تلك المتغــــيرات من خلال الحروف والاعــــداد ال

ويمكن ان تكون قيمة ذلك المتغير صحيحة او حقيقـــية او مركبة .

مثال :الصيغ التالية تستخدم لتعريف متغير واسناد قيمة له والشكل

المقابل يبين ادخال قيم لمتغرات مع تنفيذ عملية الجمع من خلال

نافذة الأوامر

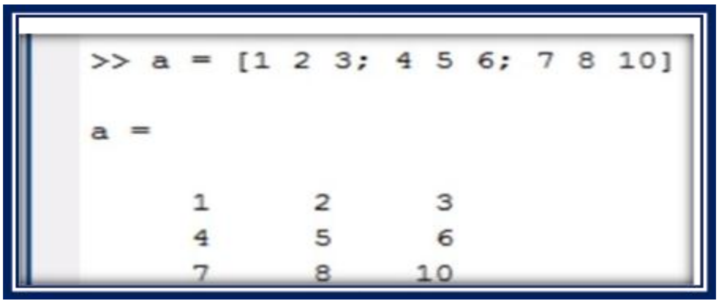
a=1; b=2; c=a+b:

ملاحظة :يمكن تعريف باقي العمليات الحسابية مباشرة بين المتغيرات

والقيم العددية كما في الشكل السابق.

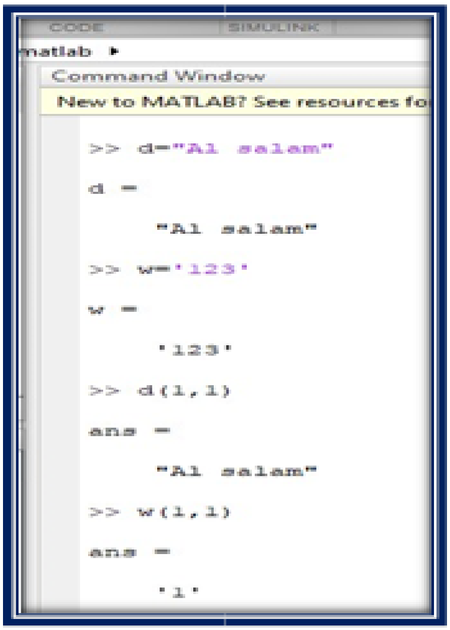
هناك صنف من الأعداد يسمى بالأعداد التخيلية

ويمكن تعريفة في ماتلاب كما في الشكل المقابل.



٢- المتغيرات الرمزية (Symbolic Variables)

تعرف تلك المتغيرات بنفس طريقة تعريف المتغيرات العددية، مع اختلاف القيم المعرفة بقيم رمزية او عددية محصورة بين علامتي اقتباس وهناك خيــــــــــــــاران لعلامتي الاقتباس الأول زوجية وفي هذه الحالة يتم تعريف الثابت على أنه مصفوفة من عنصر واحد، والثاني فردية وهنا يتم تعريف الثابت على أنه مصفوفة من الحروف كما في الشكل المقابل.



D="Al Salam "

W=’123

- طريقة نيوتن رافسون

يتم كتابة اوامر البرنامج في ملف M-file وتخزينه بأسم mynewton كالتالي :

```
function x = mynewton(f,f1,x0,n)
% Solves f(x) = 0 by doing n steps of Newton's method starting at x0.
% Inputs: f -- the function f = @(x)exp(x)+3*x
% f1 -- it's derivative f1 = @(x) exp(x)+3
% x0 -- starting guess, a number zero
% n -- the number of steps to do 5
% Output: x -- the approximate solution
x = x0; % set x equal to the initial guess x0
for i = 1:n % Do n times
x = x - f(x)/f1(x) % Newton's formula, prints x too
% in the command window write mynewton(f,f1,x0,n)
end
end
```

في صفحة command window يتم كتابة الاوامر التالية

```
Command Window
>> format long
f = @(x)exp(x)+3*x;
f1 = @(x) exp(x)+3;
x0=0;
n=4;
mynewton(f,f1,x0,n)

x =

  -0.250000000000000


x =

  -0.257621672780536


x =

  -0.257627653046074


x =

  -0.257627653049737


ans =

  -0.257627653049737
```

- **طريقة التنصيف**

باستخدام طريقة التنصيف أوجد جذرا تقريبيا للمعادلة $f(x)=e^x+3x=0$ على الفترة $\alpha\in[-0.5,0]$

الكود التالي في الماتلاب يجد جذرا تقريبيا باستخدام 15 تكرار كالتالي:

```
f= inline('exp(t)+3*t');الإقتران المراد ايجاد الجذر التقريبي له
a=-0.5;b=0; بداية ونهاية الفترة
n=10; عدد التكرارات
format long
c = f(a); d = f(b);حساب قيمة الاقتران عند اطراف الفترة
if c*d > 0.0
 إذا كان حاصل الضرب للقيمتين موجب أي أكبر من صفر فلا يوجد جذر
    داخل تلك الفترة ويتم طباعة الجملة التالية والتي توضح ذلك
    error('An Error Occured The Function has same sign at both
endpoints.')
end
disp('          x                    y')
for i = 1:n
    x = (a + b)/2;
    y = f(x);
    disp([    x     y])
    if y == 0.0     % solved the equation exactly
        e = 0;
        break       % jumps out of the for loop
    end
    if c*y < 0
        b=x;
    else
        a=x;
    end
end
e = (b-a)/2;
[x e]
```

بعد تنفيذ الاوامر اعلاه يعطي البرنامج النتائج التالية :

```
              x                    y
   -0.250000000000000    0.028800783071405

   -0.375000000000000   -0.437710721209028

   -0.312500000000000   -0.205884371053358

   -0.281250000000000   -0.088910398010993

   -0.265625000000000   -0.030148403929180

   -0.257812500000000   -0.000697392705427

   -0.253906250000000    0.014045776561826

   -0.255859375000000    0.006672715161449

   -0.256835937500000    0.002987292396774

   -0.257324218750000    0.001144857682882


ans =

   -0.257324218750000    0.000244140625000
```

قيمة الجذر التقريبية بعد التكرارالعاشر

قيمة الاقتران عند تلك القيمة

• طريقة النقطة الثابتة

أوجد جذرا تقريبيا للاقتران $x>0$, $g(x)=\frac{1}{2}(x+e^{-x})$ باستخدام النقطة الثابتة.

```
% Finding the nontrivial root of
% f(x) =0.5*(exp(-x)+x);
% using the Simple Fixed-Point Iteration
clear all
x = 0.0     %initial guess النقطة الابتدائية
Es = 0.1    %tolerance القيمة التي يتوقف عندها التكرار
Ea = 1000;  %randomly large relative approximate error
xold = x;
n = 0;      %iteration counter
while Ea > Es
    x = 0.5*(exp(-x)+x);  (x=g(x)) الاقتران على صورة
    Ea = abs((x-xold)/x)*100; حساب الخطأ المطلق
    xold = x;  تعديل القيم
    n = n + 1;  العداد
    [n Ea x'] طباعة النتائج

end
x  %the root
n   %number of iterations
Ea  %the error
```

المصـــــــــادر

١- محاضرات - قسم الرياضيات كلية التربية / جامعة ديالى

٢ محاضرات التحليل العددي / د. رشا البعاج

https://www.syriamath.net/files/lectures/2018/10/982778642.pdf

٣- مقدمه في البرمجة MATLAB - د . حازم أسماعيل ، أ . مي محمد زكريا ، أ. عاطف محمد عساف ، أ. منار سعيد فياض / جامعة القدس المفتوحة ٢٠١٩

٤- محاضرات التحليل العددي / الاشتقاق العددي / د. حامد الجبوري

https://csw.uobaghdad.edu.iq/wp-content/uploads/sites/30/2019/10/%D8%A7%D9%84%D8%A7%D8%B4%D8%AA%D9%82%D8%A7%D9%82-%D8%A7%D9%84%D8%B9%D8%AF%D8%AF%D9%8A-merged.pdf

٥ -بعض الطرق الرياضية /د. طفول حسين عمران

https://www.uobabylon.edu.iq/eprints/paper_1_2357_1421.pdf